FÍSICA ESTADÍSTICA
EXAMEN 2.2
7 de diciembre de 2015

- **Problemas**

1 Considere un sistema en el régimen termodinámico en el cual los efectos de indistinguibilidad cuántica son importantes. La energía de una partícula en el estado cuántico $\boldsymbol{k} = (\pi/L)(n_{x_1}, n_{x_2}, \ldots, n_{x_d})$ (L es la longitud de uno de los lados de la caja que confina al sistema, $d > 0$ es la dimensión del sistema y $n_{x_i} = 1, 2, \ldots$), está dada por $\varepsilon_{\boldsymbol{i}} = \hbar^2 \boldsymbol{k}^2/2m$.

Los microestados del sistema quedan determinados por los elementos en el conjunto de números de ocupación $\{n_{\boldsymbol{k}}\}$, donde $n_{\boldsymbol{k}}$ denota el número de partículas en el estado $\boldsymbol{k}$ que puede tener los valores $0, 1, \ldots, M$.

A Use el ensamble gran canónico para evaluar la función de partición.

B Obtenga expresiones explícitas para

- **a** la presión del sistema $P(T, V, \mu)$
- **b** el número promedio de partículas $N(T, V, \mu)$
- **c** la energía interna $U(T, V, \mu)$

escriba sus resultados en la forma $T^\alpha f(z)$ donde $z = e^{\beta\mu}$ y f es una integral apropiada.

C Obtenga la probabilidad $\mathbb{P}_{\boldsymbol{k}}(n_{\boldsymbol{k}}, T, \mu)$ de encontrar $n_{\boldsymbol{k}}$ partículas en el estado $\boldsymbol{k}$ y calcule las fluctuaciones $\langle (n_{\boldsymbol{k}} - \langle n_{\boldsymbol{k}} \rangle)^2 \rangle$.

D Obtenga el número promedio de partículas $\langle n(\varepsilon) \rangle$ que ocupan el nivel de energía ε y evalúe en $T = 0$. Considere la degeneración de los niveles de energía.

E Explique cómo, en el caso que sea posible, se recupera la termodinámica de partículas que obedecen la estadística de Bose-Einstein y Fermi-Dirac.