

FÍSICA CONTEMPORÁNEA

TAREA 5.1

Fecha de entrega 23 de noviembre del 2011

Considere la dispersión de radiación electromagnética monocromática por electrones (dispersión Thompson). Si se hace incidir un haz de rayos X o de rayos γ (gama), sobre un conjunto de electrones (estos pueden ser los electrones de un átomo, ver figura izquierda), la dirección de propagación cambiará debido a la interacción de la luz con los electrones. Denotemos con $\hat{\mathbf{k}}^i$ y $\hat{\mathbf{k}}^f$ las direcciones de la luz antes y después de interactuar con los electrones, respectivamente. Durante el proceso de dispersión, la luz transfiere momento a los electrones como si se tratase de la colisión entre partículas convencionales. Este hecho resalta la naturaleza *corpúscular* de la radiación electromagnética (en particular el de la luz). Los fotones o cuantos de luz tienen masa en reposo cero, es decir, $m_0 = 0$.

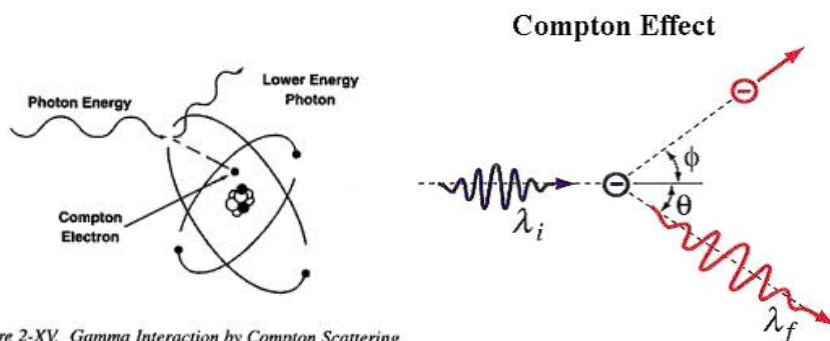


Figure 2-XV. Gamma Interaction by Compton Scattering

- Use la expresión relativista de la energía $E = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}$ para encontrar la relación entre esta E_{ph} y la magnitud del momento de un photon $|\mathbf{p}_{ph}| = p_{ph}$.

Según la mecánica cuántica, cada cuanto de radiación electromagnética de frecuencia ν posee la energía $E_{ph} = h\nu$, donde $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s es la constante de Planck.

- Escriba el momento (vectorial) del fotón incidente \mathbf{p}_{ph}^i y del fotón dispersado \mathbf{p}_{ph}^f en términos de las frecuencias ν^i , ν^f . Reescribirlos ahora en términos de las longitudes de onda λ^i , λ^f , donde los índices superiores i y f denotan incidente y dispersado respectivamente (use las direcciones $\hat{\mathbf{k}}^i$ y $\hat{\mathbf{k}}^f$ como se muestran en la figura a la derecha).
- Escriba la energía de los fotones incidente y dispersado en términos de ν^i , ν^f así como de λ^i , λ^f .
- Denotemos con $\mathbf{p}_{e^-}^i$ y $\mathbf{p}_{e^-}^f$ el momento lineal inicial y final del electrón. Escriba la energía inicial $E_{e^-}^i$ y final $E_{e^-}^f$ del electrón en términos de los respectivos momentos (use la expresión relativista de la energía y use la notación $p_{e^-}^i = |\mathbf{p}_{e^-}^i|$, $p_{e^-}^f = |\mathbf{p}_{e^-}^f|$).
- Use los resultados anteriores para escribir los cuadrivectores de momento $(\mathbf{p}, iE/c)$ inicial y final del fotón y del electrón involucrado en el proceso de dispersión (ver figura derecha).

Use el principio de conservación del momento relativista (momento lineal y de energía), es decir,

$$(\mathbf{p}_{ph}^i, iE_{ph}^i/c) + (\mathbf{p}_{e^-}^i, iE_{e^-}^i/c) = (\mathbf{p}_{ph}^f, iE_{ph}^f/c) + (\mathbf{p}_{e^-}^f, iE_{e^-}^f/c)$$

para encontrar que

$$\lambda^f - \lambda^i = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

donde $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{kg}$ es la masa en reposo del electrón y θ es el ángulo del fotón dispersado respecto de la dirección horizontal (ver figura a la derecha). Notése que en la ecuación anterior no aparecen las magnitudes de los momentos.