FÍSICA ESTADÍSTICA I-PCF

TAREA 11

Fecha de entrega: lunes 25 de noviembre de 2013

1. Considere un sistema en d-dimensiones donde los modos colectivos de baja energía (cuasipartículas) están caracaterízados por frecuencias $\omega_{\boldsymbol{k}} \sim |\boldsymbol{k}|^s$ con $s > 0$.
   (a) Encuentre la energía interna y la capacidad calorífica a volumen constante C_V como función de la temperatura T. Discuta en detalle sus resultados.
   (b) Encuentre el número de cuasiparticulas N como función del volumen y la temperatura y calcule la razón $C_V(T)/N(T,V)$. Discuta sus resultados.
   (c) Si $s = 1$ el sistema corresponde a una colección de fonones. Use la densidad de estados de Debye para calcular la primera corrección a los resultados conocidos:
      - $C_V \sim T^d$ para $T \ll T_D$
      - $C_V = dNk_B$ para $T \to \infty$.

2. Considere ahora un sistema de partículas indistinguibles sin espín, en d dimensiones y contenidas en un volumen $V = L^d$, donde L es la longitud de uno de los lados del contenedor. En el límite $L \to \infty$, el espectro de energía de una partícula está dado por la expresión $\varepsilon_{\boldsymbol{k}} = c_s|\boldsymbol{k}|^s$ con c_s y s constantes positivas.
   (a) En el caso de bosones determine
      $a.1)$ La condición sobre s y d para que exista una temperatura crítica de condensación de Bose-Einstein distinta de cero.
      $a.2)$ La dependencia en la temperatura del la fracción condensada $n_0^B(T)$.
      $a.3)$ Encuentre el gran potencial termodinámico y los dos primeros términos del Virial que corrigen el resultado del gas ideal clásico.
      $a.4)$ Encuentre la capacidad calorífica a volumen constante y encuentre los valores de s y d que hacen que aparezca una discontinuidad en la temperatura crítica.
      $a.5)$ Demuestre que $C_P = -NT\left(\dfrac{\partial^2\mu}{\partial T^2}\right)_P$ y determínela bajo las condiciones generales del problema.
   (b) En el caso de fermiones calcule
      $b.1)$ La energía de Fermi E_F en términos de la densidad de fermiones n^F y el potencial químico, como función de la temperatura, en la aproximación de Sommerfeld.
      $b.2)$ Encuentre el gran potencial termodinámico y los dos primeros términos del Virial que corrigen el resultado del gas ideal clásico.
      $b.3)$ Demuestre que cuando $d = s$, el calor específico a volumen constante coincide con el del gas de bosones del inciso (a) para cualquier temperatura.