FÍSICA ESTADÍSTICA FC
Serie de ejercicios 1
Fecha de entrega miércoles 13 de febrero de 2019

La intención de la primera parte de esta serie de problemas es que a través de la construcción de un espacio de probabilidad, identificando el espacio de eventos subyacente, puedan dar solución a los problemas planteados. La segunda parte pretende que revisen las ideas discutidas en clase referentes al modelo estadístico de un gas ideal.

- **Problemas**

  1. Considere la tirada de tres dados independientes.
     - Encuentre la probabilidad que no aparezca el seis.
     - Encuentre la probabilidad que aparezca al menos un cinco.
     - Muestre que el evento "que aparezca el uno" en uno de los dados y el evento "que aparezca al menos un cinco en los otros dos dados"son independientes. Explique su respuesta.
     - Muestre que el evento "que únicamente aparezcan dos dados con dos" y el evento "tres dados con tres" son independientes y mutuamente excluyentes.
  2. Diferentes números de seis dígitos se pueden formar permutando los dígitos en el número 666655. Suponga que cada número que resulta de este proceso es igualmente probable. Dado que un número es par, encuentre la probabilidad que dos cincos aperezcan consecutivamente (considere encontrar una probabilidad condicional).
  3. Una variable estocástica X puede tener los valores discretos $x = 1$ y $x = 3$ mientras que otra variable estocástica Y puede tener los valores discretos $y = 2$ y $y = 4$. Denote con

     $$P_{XY}(xy) = \sum_{i=1,3} \sum_{j=2,4} p_{i,j}\, \delta(x-i)\delta(y-j) \tag{1}$$

     la densidad de probabilidad conjunta. Calcule la covarianza de X y Y cuando
     - $p_{1,2} = p_{2,4} = p_{3,2} = p_{3,4} = \frac{1}{4}$
     - $p_{1,2} = p_{3,4} = 0$, $p_{1,4} = p_{3,2} = \frac{1}{2}$

     en cada caso indique si X y Y son independientes.
  4. Considere el modelo estadístico del gas ideal discutido en clase. Demuestre que la distribución de velocidades de Maxwell lleva a los siguientes promedios
     - $\langle 1 \rangle = 1$; $\langle v \rangle = \left(\frac{8k_BT}{\pi m}\right)^{1/2}$; $\langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \frac{3}{2}k_BT$.
     - Demuestre que el transporte de partículas de un gas Maxwelliano a través de una superficie de área dA en el intervalo de tiempo dt con velocidades en el intervalo $d\boldsymbol{v}$ es $nP(v^2)d\boldsymbol{v}d\boldsymbol{r}$ donde $d\boldsymbol{r} = vdt\cos\theta dA$.

- Demuestre que el transporte de momento a través de un superficie causa una presión $P = nk_BT$