FÍSICA ESTADISTICA FC

Serie de ejercicios 2
Fecha de entrega: 27 de febrero de 2019

1. Haga un bosquejo del espacio fase de los siguientes sistemas y explique cualitativamente la dinámica correspondiente:

   (a) Una partícula de masa m, moviéndose libremente en una caja unidimensional de longitud L,

      i. con energía total entre los valores 0 y $E_{max} > 0$;

      ii. con energía total entre E y $E + \Delta E$, en donde $0 < \Delta E < E$. ¿Cuáles son en este caso los posibles valores del momento lineal de la partícula si $\Delta E \ll E$?

   (b) Una partícula de masa m, moviéndose en una dimensión con energía total constante E en el pozo doble del potencial simétrico

   $$U(x) = U_0 \left[\left(\frac{x}{\lambda} \right)^2 - 1 \right]^2, \tag{1}$$

   en donde U_0 representa la altura de la barrera que separa los dos pozos, cuyos mínimos están localizados en $x = -\lambda$ y $x = +\lambda$. Considere separadamente los casos: $0 < E < U_0$, $E = U_0$ y $E > U_0$.

   (c) Dos partículas 1 y 2, de masas m_1 y m_2 ($m_1 > m_2$), respectivamente, conectadas por un resorte (constante elástica κ), moviéndose con energía total constante E en una dimensión, cuando

      i. la partícula 1 está fija en la posición $X_1 \neq 0$;

      ii. ambas partículas, conectadas por el resorte, pueden moverse libremente sobre una línea.

2. Considere un sistema de N partículas no interactuantes entre sí, cuyo momento magnético individual puede tener los valores $m_i = +\mu$ o $m_i = -\mu$, en donde $i = 1, ..., N$. Un campo magnético B se aplica al sistema, en donde los valores $m_i = +\mu$ o $m_i = -\mu$ corresponden a una alineación paralela o antiparalela con respecto a la dirección de B, respectivamente. La energía total está dada por

   $$H = -MB, \tag{2}$$

   en donde

   $$M = \sum_{i=1}^{N} m_i, \tag{3}$$

es el momento magnético total del sistema.

(a) Para el caso $N = 4$, haga una tabla con un bosquejo de todos los microestados del sistema cuando $B = 0$, así como los valores correspondientes del momento magnético total M.

i. ¿Cuál es la probabilidad de que $M \neq 0$?

ii. ¿Cuál es la probabilidad de que $M = 0$?

iii. ¿Cuál es valor *promedio* del momento magnético, $\overline{m_i}$, de cada partícula $i = 1, ..., 4$?

(b) Si $B = 0$, encuentre una expresión para la probabilidad de encontrar al sistema con un momento magnético total dado M, para un número arbitrario N de partículas.

i. ¿Cuál es la probabilidad de que $M = 0$ si N es par?

ii. ¿Cuál es la probabilidad de que $M = 0$ si N es impar?

(c) Considere ahora el caso $B > 0$ y N arbitrario. Si el sistema es preparado de tal manera que inicialmente los momentos magnéticos resultan en una energía total $H = E$, y es inmediatamento aislado

i. ¿Cuál es el número total $\Omega(E)$ de estados accesibles?

ii. Calcule el momento magnético *promedio* $\overline{m_i}$ de cada partícula $i = 1, ..., N$, si se sabe que la energía total del sistema tiene el valor particular

$$E = -(N-2)\mu B.$$

3. Un sistema está formado por 3 partículas no interactuantes y distinguibles. Cada partícula tiene una masa m y puede moverse libremente en una dimensión con tres posibles valores de velocidad: $v_i = +v, 0, -v$, en donde $i = 1, 2, 3$. En este problema se ignorarán por simplicidad las coordenadas espaciales de las partículas en el conteo de microestados y se supondrá que todos los microestados, caracterizados solamente por $\{v_i\}$, son igualmente probables.

(a) Calcule el número total de microestados del sistema.

(b) ¿Cuáles son los posibles valores de la energía total del sistema?

i. Determine la probabilidad de que la energía total tenga cada uno de los valores encontrados. Tome en cuenta que la energía de cada partícula está dada por $\epsilon_i = \frac{1}{2}mv_i^2$ y por consiguiente puede tomar sólo dos valores: $\epsilon_i = 0, \frac{1}{2}mv^2$.

ii. Determine la energía total *media* del sistema.

(c) Generalice los puntos anteriores para un número arbitrario N de partículas: encuentre los posibles valores E de la energía total y la probabilidad de que el sistema tenga una energía total dada E.