

# FÍSICA ESTADÍSTICA FC

## TAREA 3

Fecha de entrega sábado 24 de octubre del 2015

### ■ Problemas

1. Un sistema ideal (sin interacción entre sus elementos) consiste de  $N$  átomos distinguibles. Cada átomo solo tiene acceso a dos niveles de energía, por lo que su estado queda definido por el nivel que ocupa. La energía de cada uno de los niveles es  $E_0 = 0$  y  $E_1 = \epsilon > 0$ , respectivamente. El número de átomos en el nivel de energía  $E_0$  es  $n_0$  y el número de átomos en el nivel de energía  $E_1$  es  $n_1$ . La energía total de sistema es  $U = n_0 E_0 + n_1 E_1$ .
  - Calcule la entropía del sistema como función de la energía.
  - Calcule la temperatura del sistema. ¿Bajo qué condiciones puede ser negativa?
  - Calcule la capacidad calorífica cuando el número de átomos es fijo.
2. Una red contiene  $N$  sitios “normales” y  $N$  sitios intersticiales. Todos los sitios de la red son distinguibles.  $N$  átomos idénticos yacen sobre la red,  $M$  sobre los sitios intersticiales, y  $N - M$  sobre los sitios normales (asuma  $N \gg M \gg 1$ ). Un átomo que ocupa un sitio normal tiene energía  $E = 0$  y uno que ocupa un sitio intersticial  $E = \epsilon$ .
  - Calcule la energía interna y la capacidad calorífica del sistema como función de la temperatura. Discuta sus resultados.
  - Calcule la probabilidad que un átomo intersticial tenga energía  $E = \epsilon$ , como función de la temperatura. Discuta sus resultados.
3. Considere una red con  $N$  espines distinguibles, el valor de cada espín puede tener los valores  $s_i = -1, 0, 1$ .  $n_{-1}, n_0, n_1$  denotan el número de espines en cada uno de los estados de espín mencionados.
  - Encuentre la entropía total del sistema.
  - ¿Cuál es la configuración que maximiza la entropía total?
  - ¿Cuál es la máxima entropía?
4. Un sistema está conformado por tres moléculas distinguibles en reposo, cada una puede tener solo dos valores de momento magnético a lo largo de la dirección  $z$ ,  $-\frac{1}{2}\mu$  o  $+\frac{1}{2}\mu$ .
  - Halle una expresión para la distribución de probabilidad  $P_i$  ( $i$  denota la  $i$ -ésima configuración o microestado del sistema) que maximiza la entropía cuando dicha distribución está sujeta a normalización  $\sum_i P_i = 1$  y a la condición  $\sum_i M_{i,z} P_i = \gamma\mu$  donde  $M_{i,z}$  es el momento magnético total del sistema en el microestado  $i$ .
  - Calcule la entropía y  $P_i$  cuando  $\gamma = \frac{1}{2}$ .
5. Considere un sistema cuya energía está dada por  $N$  entidades indistinguibles, si la energía total del sistema está fija a  $E = \epsilon_0 M$ , donde  $M = n_1 + n_2 + \dots + n_N$  es un número entero no-negativo (cada  $n_i$  es también un entero no-negativo)

- Calcule el número de microestados compatibles con la restricción  $E = \epsilon_0 M$ , es decir, de cuántas maneras se pueden elegir  $N$  enteros cuya suma es  $M$ . Tome en cuenta la indistinguibilidad de las  $N$  entidades, explícitamente, el resultado de intercambiar los subíndices de las entidades en un microestado dado no corresponden a distintos microestados.
- Calcule la entropía y la temperatura del sistema.
- Calcule la energía interna del sistema y escríbala en términos de la temperatura.