

## MECÁNICA CUÁNTICA I - PCF, 2018-2

### TAREA 7

Fecha de entrega miércoles 2 de mayo de 2018

#### ■ Problemas

1. Considere los siguientes estados puros

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, -1\rangle + |1, 1\rangle),$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|2, -1\rangle - |2, 1\rangle),$$

$$|2, 0\rangle,$$

donde  $|l, m\rangle$  denota a un eigenvector arbitrario común a los operadores  $\hat{L}^2$  y  $\hat{L}_z$ . En cada caso, halle las distribuciones de probabilidad

a)  $\text{Prob}(\hat{L}^2 = l^2, \hat{L}_z = l_z|\hat{\rho}),$

b)  $\text{Prob}(\hat{L}^2 = l^2|\hat{\rho}),$

c)  $\text{Prob}(\hat{L}_z = l_z|\hat{\rho}),$

y haga una interpretación física de sus resultados.  $\hat{\rho}$  denota al operador de estado del sistema.

2. Encuentre el eigenestado de  $\hat{J}_x$  en la base  $|j, m_z\rangle$  que corresponde al eigenvalor  $m_x = 0$  si  $j$  es arbitrario.
3. Considere una partícula sin espín ( $\hat{\mathbf{J}}$  puede identificarse solo con el momento angular orbital) que se mueve en un potencial central. Si  $\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | nlm \rangle$  donde  $|nlm\rangle = |n\rangle |lm\rangle$  es una eigenfunción del Hamiltoniano. Demuestre que

$$e^{i\theta \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{L}}/\hbar} \psi_{nlm}(\mathbf{r})$$

es eigenfunción del mismo Hamiltoniano. ¿Es también eigenfunción de  $\hat{L}_z$ ?

4. Se denomina operador vectorial  $\hat{\mathbf{V}}$  a aquel operador cuyas componentes cartesianas satisfacen las relaciones de conmutación

$$[\hat{J}_i, \hat{V}_j] = i\epsilon_{ijk} \hat{V}_k \quad (1)$$

donde  $\hat{J}_i$  son las componentes cartesianas de momento angular. Demuestre que  $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{J}}$  y  $\hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$  son operadores vectoriales.

5. Resuelva, es decir, encuentre las eigenfunciones y eigenvalores del Hamiltoniano para una partícula que se mueven en tres dimensiones bajo la influencia de:
  - a) un pozo de potencial esférico e impenetrable,
  - b) el potencial Coulombiano,
  - c) del potencial armónico esférico.