

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Ecuaciones estocásticas de Ginzburg-Landau y Swift-Hohenberg para la descripción de patrones de nubes observados en sistemas convectivos a mesoescala

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Física

PRESENTA:

Diana Laura Monroy Mérida

TUTOR

Gerardo García Naumis

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis compañeras y profesoras, a las investigadoras, laboratoristas y técnicas, a mis amigas físicas, matemáticas, actuarias, biólogas, a todas las mujeres por las que hoy estoy aquí.

Reconocimientos

Declaración de autenticidad

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Diana Laura Monroy Mérida.,

Resumen

Aunque son cruciales para el clima de la Tierra, las nubes están pobremente representadas en los modelos climáticos actuales que operan con resoluciones de red en escalas mayores a los procesos que intervienen en su formación, incorporando parametrizaciones aún imprecisas. Las nubes estratocúmulus (Sc) son un caso particularmente relevante y complejo pues son pocas regiones del planeta donde no son climatológicamente importantes. El estudio en años recientes de los mecanismos físicos que les forman se han aproximado a la naturaleza auto-semejante de los flujos atmosféricos. En este contexto, incorporando conceptos físicos de la dinámica no lineal y los fenómenos críticos, se proponen dos modelos de formación de patrones basados en ecuaciones conocidas en la Física para explicar la organización celular y tubular en campos de nubes Sc.

Los modelos constan de ecuaciones no lineales para el campo del parámetro de orden, dado por la columna de vapor de agua (CWV). El primero, retoma el trabajo de Hottovy y Stechmann incorporando un término no lineal propio de la Ecuación de Ginzburg-Landau como idealización matemática de estadísticas de la tasa de precipitación *P* en función de la CWV. A diferencia del caso lineal, se recurre a observaciones en un rango amplio de escalas y ciclos cuyo comportamiento coincide con la criticalidad autoorganizada (SOC) como mecanismo de organización. El modelo permite describir la formación y transición de patrones de convección celular en la mesoescala en función de parámetros de ajuste; los resultados muestran patrones más homogéneos y ordenados respecto al modelo lineal.

El segundo modelo propuesto recurre a la ecuación de Swift-Hohenberg, que describe la inestabilidad de Rayleigh-Bénard, en la formación los régimenes de convección celular cerrada y tubular. Agregando no linealidad al término laplaciano se logran definir cúmulos y defectos próximos en tamaño y forma a los campos reales mientras que por primera vez se presentan formaciones tubulares en un modelo heurístico de flujos atmosféricos.

Índice general

Índice de figuras X				хш
Índice de tablas				
1.	Intro	oducció	n	1
2.	Estr	uctura y	y formación de nubes Sc	3
	2.1.	Climate	ología	. 4
		2.1.1.	Promedio anual	. 4
		2.1.2.	Variabilidad temporal	. 4
		2.1.3.	Escalas espaciales de organización	. 7
	2.2.	Process	os físicos involucrados en el control del Sc	. 9
		2.2.1.	Conducción radiactiva	. 9
			2.2.1.1. Enfriamiento de onda larga	10
			2.2.1.2. Absorción solar	. 11
			2.2.1.3. Dispersión de radiación solar	. 11
		2.2.2.	Turbulencia	. 12
			2.2.2.1. Flujos turbulentos	. 12
			2.2.2.2. Fluctuaciones verticales y horizontales del viento	13
		2.2.3.	Flujos superficiales	13
		2.2.4.	Interacción nube-atmósfera	. 14
		2.2.5.	Precipitación	15
	2.3.	Microf	ísica	15
	2.4.	Interac	ción entre procesos físicos	16
		2.4.1.	Mantenimiento y regulación de retroalimentadores	16
		2.4.2.	Interacciones micro-macrofísicas	18
		2.4.3.	Interacciones entre el STBL y meteorología de gran escala	. 19
		2.4.4.	Formación	20
		2.4.5.	Disipación y transición a otros tipos de nubes	21
			2.4.5.1. Disipación por adelgazamiento	21
			2.4.5.2. Inestabilidad en la interacción nube-atmófera	21
			2.4.5.3. Transición a cúmulos	21
			2.4.5.4. Disipación inducida por precipitación	. 22

ÍNDICE GENERAL

3.	Mod	elo de difusión estocástica lineal	25		
	3.1.	.1. Idealización de los procesos físicos de la dinámica de la capa límite de nubosidad			
	3.2.	Solución numérica	29		
		3.2.1. Dominio	29		
		3.2.2. Discretización	30		
		3.2.3. Condiciones iniciales y de frontera	31		
	3.3.	Regímenes de nubes como transiciones de fase	32		
		3.3.1. Fracción media de nube	34		
		3.3.2. Susceptibilidad e incertidumbre climática	36		
		3.3.3. Análisis de sensibilidad de parámetros	38		
	3.4.	Análisis de la estructura espacial de los patrones de nubes	40		
4	Mod	elo de difusión estocástica no lineal: Ecuación real de Ginzburg-Landau	43		
т.	/ 1	Sistemas dinámicos no lineales			
	7.1.	4 1 1 El concento de parámetro de orden			
	12	4.1.1. El concepto de parametro de orden	44		
	4.2.	4.2.1 Enfoque observational: Balagián B CWV	45		
		4.2.1. Ellioque observacional. Relacion P-C w v	40		
		4.2.1.1. Electos del promedio temporar	47		
		4.2.2. Electos del promedio espacial	4/		
			48		
	1.2	4.2.3. Enfoque comparativo: Modelo de Ising	52		
	4.3.		54		
	4.4.	Régimenes de nubes como transiciones de fase	55		
		4.4.1. Momentos estadísticos de la fracción media de nube	56		
		4.4.1.1. Análisis de sensibilidad de parámetros	59		
	4.5.	Análisis de la estructura espacial de los patrones de nubes	61		
5.	Mod	elo estocástico de Swift-Hohenberg	65		
	5.1.	Ecuación de Swift-Hohenberg	65		
	5.2.	Solución Numérica	68		
	5.3.	Régimenes de convección a mesoescala	71		
		5.3.1. Convección celular	71		
		5.3.2. Convección tubular	71		
		5.3.3. Análisis de sensibilidad de parámetros	72		
6.	Con	clusiones	75		
	61	Comparación entre modelos de formación de nubes Sc	75		
	6.2	Sistemas compleios en el estudio de Ciencias Ambientales	77		
	0.2.	Sistemus compregos en el estudio de ciencias rambientales	.,		
A.	Ápe		79		
	A.I.	Courgo en Mariad de la solución numerida del modelo de Ginzburg-Landau	70		
			19		
	A.2.	Codigo en Matlab de la solución numerida del modelo de Swift-Hohenberg	0.0		
		estocastico	80		

Bibliografía

83

Índice de figuras

2.1.	Cobertura media anual de nubes de Sc	5
2.2.	Estructuras a mesoescala de Sc	8
2.3.	Gradiente de temperatura en campos de nubes tubulares	9
2.4.	Diagrama esquemático de los procesos físicos de la capa límite superior del Sc.	10
2.5.	Diagrama conceptual de la dinámica del sistema que ilustra retroalimentadores	
	importantes en la regulación del Sc.	17
2.6.	Esquema de formación para celdas convectivas	22
2.7.	Imágenes del satélite de paquetes de celdas abiertas (POCs)	23
3.1.	Diagrama esquemático de los procesos físicos involucrados en la formación del	
	Sc	27
3.2.	Ejemplo del modelo para CWV y su equivalente en presencia de nube	29
3.3.	Diagrama de la red espacial bidimensional.	30
3.4.	Las cuatro fases características de organización de nubes superficiales resulta-	
	do del modelo estocástico lineal.	32
3.5.	Gráfica del promedio teórico y numérico de $q(x,y)$	33
3.6.	Diagrama de fases de los regímenes de nubes superficiales descritos en el mo-	
	delo estocástico	35
3.7.	Simulaciones del régimen de celdas de convección cerradas para diferentes	
	dimensiones de cuadrícula	38
3.8.	Procesamiento de fotografías satelitales usadas en el análisis de Fourier.	39
3.9.	Vista lateral $(k_x - I/I_0)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de	
	organización de nubes.	41
3.10.	Vista superior $(k_x - k_y)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de	
	organización de nubes.	42
4.1.	Relación entre precipitación instantánea en función de la CWV a distintos in-	
	tervalos de tiempo.	46
4.2.	Relación entre precipitación instantánea en función de la CWV a distintas re-	10
12	Estadísticas del inicio de conversión en diversos sitios y horas nors velores	40
4.3.	normedio de CWV	10
11	Gráfica de la precipitación media en función del CWV	49 50
4.4.		50

4.5.	Las cuatro fases características de organización en nubes superficiales resulta-	
	do del modelo estocástico no lineal.	55
4.6.	Gráfica del promedio numérico de las simulaciones de $q(x,y)$	57
4.7.	Diagrama de fases de los regímenes de nubes superficiales descritos en el mo-	
	delo estocástico no lineal.	58
4.8.	Simulaciones del régimen de celdas de convección cerradas para diferentes	
	dimensiones de cuadrícula.	61
4.9.	Vista lateral $(k_x - I/I_0)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de	
	organización de nubes.	62
4.10.	Vista superior $(k_x - k_y)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de	
	organización de nubes.	63
5.1.	Tasa de crecimiento de la inestabilidad lineal de la Ec. de SH	66
5.2.	Diagrama de bifurcación de la ecuación de Swift-Hohenberg	67
5.3.	Transformada de Fourier del régimen de celdas cerradas	70
5.4.	Transformadas de Fourier en patrones de convección horizontal	72
5.5.	Simulaciones del régimen de celdas de convección cerradas a parámetros dis-	
	tintos	73

Índice de tablas

3.1.	Tabla de los parámetros del modelo 4.6 Tabla de los valeras de los parámetros E y Dusados en acto rázimen del mo	31
3.2.	delo 3.5	36
4.1.	Tabla con los valores de los parámetros F y D usados en cada régimen delmodelo 4.6	59
5.1.	Tabla con los valores de los parámetros del modelo 5.5 usados en los patronesde las Figuras 5.3 y 5.4.	69

Capítulo 1

Introducción

Su papel en el ciclo hidrológico y en el balance radiativo de la Tierra hace de las nubes un componente esencial del sistema climático. Son responsables del equilibrio entre los efectos radiativos de onda larga (LW) y de onda corta (SW) cuyo efecto neto, actualmente, se traduce en un retroalimentador negativo al incremento en la temperatura del planeta (25). Sin embargo, es probable que este valor cambie en el futuro como consecuencia de los cambios en la nubosidad causados por el calentamiento antropogénico. La pregunta fundamental recae en si los cambios de la cobertura nubosa serán un factor que amortigüe o detone aún más el calentamiento global. Para comprender los cambios en el equilibrio energético y el ciclo hidrológico del planeta, es crucial mejorar el entendimiento de las propiedades de las nubes en los climas actuales y futuros (119).

Por su parte, el desarrollo de modelos climáticos se basa en el empleo de conceptos físicos combinados con representaciones de procesos heurísticos. Para la dinámica de fluidos en la atmósfera y el océano, se resuelven formulaciones numéricas de ecuaciones de movimiento de fluidos en un espaciado de red de 25 a 300 km para modelos globales. Los movimientos turbulentos y convectivos a escalas menores al tamaño de red deben representarse mediante parametrizaciones aproximadas a escala de cuadrícula que incluyen acoplamientos de la termodinámica, radiación, hidrología continental y, opcionalmente, química, microfísica de aerosoles o biología (51).

La presencia de nubes es entonces un error importante en las proyecciones del cambio climático dado que las resoluciones de red en que los modelos operan son demasiado grandes para representar con precisión los procesos involucrados en su formación y evolución recurriendo a parametrizaciones inexactas. Los efectos inmediatos se hacen presentes en muchos modelos climáticos globales (GCM) en los que la cobertura de nubes de verano se ha subestimado.

Un caso que resulta de especial interés son las nubes bajas (o superficiales) por ser responsables en gran parte del equilibrio radiativo del planeta. El fuerte vínculo entre la estabilidad de la troposfera baja y la formación de nubes superficiales señala la presencia de controles meteorológicos a gran escala, primer indicativo de cómo su formación está estrechamente ligada a la circulación general y por qué entonces son un fenómeno que requiere ser ampliamente estudiado (91).

Particularmente, dentro de las nubes superficiales, las de tipo Sc resultan tanto relevantes como complejas. Abarcan enormes regiones de la superficie de la Tierra y exhiben una gran variedad de estructuras en un amplio rango de escalas espaciales. Cubren aproximadamente un quinto de la superficie de la Tierra en la media anual (23% de la superficie del océano y el 12% de la superficie de la tierra), haciendo de ellos el tipo de nube dominante por área cubierta (114). Este tipo de nubosidad refleja fuertemente la radiación solar entrante y ejerce solo un pequeño efecto sobre la onda larga saliente, afectando notablemente el equilibrio radiativo del planeta -reflejan el 30 – 60% de la radiación de onda corta (aproximadamente entre $0.4-4 \ \mu m$ en longitud de onda) que incide en ellas- (123).

Por su relevancia en simulaciones de calentamiento global, basta señalar que el aumento de 3-5% en el área absoluta cubierta por nubes bajas sería suficiente para compensar el calentamiento producido por una duplicación de CO_2 en la atmósfera.

Sin embargo, como ocurre con el resto de las formaciones nubosas, no son representadas con precisión en los modelos climáticos de circulación general (General Circulation Models o GCMs) existentes generando que las predicciones de su respuesta al calentamiento global permanezcan inciertas (123). En consecuencia, resulta necesario el desarollo de modelos que describan con mayor precisión los mecanismos que intervienen en su formación y estructura.

La complejidad organizacional que los Sc exhiben a distintas escalas espaciales complica aún más su representación, considerando que se agrupan y transicionan en un amplio espectro de morfologías caracterizadas por regímenes auto-organizados en estructuras de celdas abiertas y cerradas así como en rollos característicos de la convección tubular en la mesoescala (78).

En esta tesis, se proponen dos modelos no lineales basados en ecuaciones físicas conocidas de formación de patrones para la descripción de campos de nubes Sc dispuestos en tales morfologías. La siguiente sección proporciona una descripción de los aspectos climatológicos, estructurales y organizativos de nubes Sc y los procesos físicos que las controlan. La sección 3 presenta la deducción y resultados del modelo lineal introducido por Hottovy y Stechmann en la descripción de convección tropical; los capítulos 4 y 5 detallan la deducción, resultados y análisis de los modelos no lineales propuestos en este trabajo basados en las ecuaciones de Ginzburg-Landau y Swift-Hohenberg, respectivamente. Finalmente, las conclusiones se presentan en la sección 6.

Capítulo 2

Estructura y formación de nubes Sc

Las nubes estratocúmulos (Sc), cuyo nombre proviene del latín estratus y cumulus que significan "capa" y "montón" respectivamente, son un género de nubes bajas (se forman en la parte más baja de la atmósfera, desde el suelo hasta los 2000 metros) compuesto por un conjunto de elementos convectivos que en grupo se organizan en capas superficiales de estructura con reminiscencias de una red hexagonal. Se definen como un sistema de nubes de nivel bajo cuya dinámica es impulsada principalmente por inestabilidad convectiva causada por el enfriamiento radiativo en la cima de la nube y el calentamiento de su límite inferior por efecto de la temperatura superficial del mar o el continente. La inestabilidad del sistema permite la formación de campos de cúmulos en lugar de estratos siendo está la principal diferencia con otros géneros de nubes bajas.

Los Sc tienden a formarse en condiciones de estabilidad en la troposfera baja (definida como la diferencia en la temperatura potencial entre 700 y 1000 hPa) (51). A grandes rasgos, tales condiciones ocurren por efecto del enfriamiento de onda larga en la región superior de la nube que conduce a la aparición de inestabilidad convectiva responsable de mejorar, mantener y agudizar la inversión de temperatura en su cima (70, 90). Mientras dicho enfriamiento es el principal impulsor de las circulaciones convectivas que constituyen los elementos dinámicos clave, el papel de la turbulencia es homogeneizar la capa de nubes y controlar el desarrollo de la organización a mesoescala mientras que la presencia de una fuente de humedad superficial constante tiene como objeto la prevalencia de dicha capa (12, 65, 72). El calentamiento de corrientes ascendentes en las unidades convectivas y la evaporación de corrientes descendentes son las principales fuentes de turbulencia responsables de fortalecer la convección en el sistema (71).

En este capítulo, se presenta un breve resumen de los aspectos más importantes para comprender los factores externos y procesos internos que participan en la formación de nubes Sc. La primera sección describe su climatología desde diferentes escalas temporales así como una discusión de las diferentes escalas espaciales de organización, la segunda aborda los procesos meteorológicos que intervienen en su formación mientras que la 4 hace un breve acercamiento a la estructura microfísica y los procesos que ocurren en ella. Finalmente, en la quinta sección se sintetiza la interacción de procesos macro y microscópicos y su papel en la formación, mantenimiento y disipación de Sc.

2.1. Climatología

2.1.1. Promedio anual

Los Sc exhiben distintas estructuras en una amplia gama de escalas temporales y espaciales. Como primera aproximación, se puede observar en la Fig. 2.1 a) la cobertura media anual de nubes Sc a nivel mundial; nótese que en los océanos subtropicales existen regiones de Sc marinos semipermanentes de mayor tamaño en el hemisferio sur debido a una mayor estabilidad y subsidencia relacionada a la elevación de terreno hacia el este. En tanto a los máximos, estos se desplazan hacia el oeste de las costas, donde los vientos son típicamente más fuertes y la capa límite planetaria superior del Sc (STBL) es más profunda que en la costa (41, 114, 115).

Por otra parte, es de suma importancia para el desarrollo del modelo puntualizar los valores climatológicos característicos de la columna media de agua líquida (LWP, integral vertical de agua líquida contenida en una columna); para las regiones dominadas por Sc marinos, la LWP es 40–150 gm^{-2} mientras que el espesor climatológico medio (h) de los Sc se estima indirectamente a partir del valor medio de la LWP -suponiendo una nube adiabática- en un rango entre 200 a 300 *m* sobre la mayor parte del océanos subtropicales fríos del oriente hasta los 400 *m* o más sobre océanos y continentes de latitud media. Las observaciones arrojan datos de 200 a 500 *m* con un valor medio de 320 *m* y una tendencia a nubes más gruesas (valor medio de 420 *m* en latitudes medios y altas consistentes con las aproximaciones (79, 117, 118, 125).

2.1.2. Variabilidad temporal

En tanto a la variabilidad temporal de la distribución de nubes Sc, se pueden identificar 5 escalas:

Ciclo estacional: Presenta asimetría hemisférica respecto a los meses con mayor cobertura en consecuencia a un forzamiento orográfico superior por elevaciones del continente en el hemisferio sur al igual que diferencias entre la región este y oeste de Atlántico Norte y el Océano Pacífico con máximos en invierno en los primeros y máximos en verano en los segundos (88, 89). Esto refleja una dependencia al flujo superficial de calor sensible en el lado occidental. Sobre tierra, especialmente en las latitudes medias, los máximos son típicos en invierno. Los máximos en verano se atribuyen a temperaturas más cálidas y por tanto, mayor disponibilidad de humedad por derretimiento del hielo marino mientras que la disipación de nubes durante el invierno se debe a la formación de hielo (41, 46).



Figura 2.1: (a) Cobertura media anual de nubes de Sc. (b) Fracción de cobertura media anual de nubes bajas asociadas a nubes de Sc. Las regiones sin información (ya sea por falta de Sc o por falta de observaciones) se muestran en gris (123).

- Escala sinóptica: Sobre los océanos, el ancho y la cobertura de nubes Sc se asocian a cuñas (regiones de alta presión) que son máximas al este de la línea de alta presión con advección de aire frío y subsidencia de gran escala (76). En latitudes más altas, extensas capas de Sc son más transientes o transitorias presentándose en regiones de anticiclones a latitudes medias(33, 76). Por su parte, los sistemas baroclínicos con escalas de tiempo típicas de 20 días o menos son también moduladores sinópticos de Sc semipermanentes (36, 42). En los continentes, suelen estar asociados con subsidencia y flujos de aire frío hacia el ecuador (57).
- Variabilidad interanual: En Sc de regiones marinas subtropicales, la variabilidad está correlacionada con una estabilidad troposférica baja (LTS) donde los gradientes del LTS están más alineados que en otras regiones subtropicales con valores medios de nubes bajas (55, 105) debido a que la LTS está ligada a la temperatura superficial del mar (TSM) y a la temperatura de la troposfera libre, más comúnmente en regiones de transición entre Sc y cúmulos (43, 77, 105).
- Tendencias seculares: Se ha observado un decremento sistemático de la capa de nubes Sc marinos sobre océanos subtropicales orientales lo cual resulta de suma relevancia reconociendo que pequeños cambios de tendencias seculares en la cobertura de nubes bajas son suficientes para afectar la sensibilidad climática de la Tierra (45).
- Ciclo diurno: Los Sc cuentan con una fuerte modulación diurna debido al ciclo de insolación solar y, en consecuencia, de absorción de radiación solar en el límite superior de la nube. La supresión de la conducción radiativa total resulta en circulaciones más débiles durante el día que en la noche (16), así como en un menor suministro de humedad superficial en las nubes (92, 108).

El efecto neto son máximos de cobertura, grosor de la nube y LWP durante las primeras horas de la mañana, antes del amanecer (134), con una amplitud de la variación diurna mayor al 20% respecto a sus valores medios en océanos subtropicales (93). La llovizna muestra también un ciclo diurno alcanzando su punto máximo en fase con el espesor de la nube y la LWP (100).

En tanto, es importante puntualizar la complejidad organizacional en el rango de escalas espaciales en que se presentan los campos de nubes Sc (Fig. 2.2). A medida que las escalas observables incrementan su magnitud, la variación de los campos escalares de la STBL también lo hace desde las escalas más pequeñas observables (llamada escala "interior"), pasando por escalas que comprenden desde los 5 hasta los 100 km (conocida como escala "exterior"), alcanzando las más grandes del orden de 1000 km (19).

Las mesoescalas contenidas en las subclases beta $(2-20 \ km)$ y gamma $(20-200 \ km)$ están asociadas a procesos de convección celular mientras que la escala de grandes remolinos - asociada a la turbulencia en la capa límite planetaria, PBL-, que comprende las variaciones de movimientos verticales en el Sc, se limita en gran medida a escalas horizontales comparables a la profundidad de la STBL (125, 126):

2.1.3. Escalas espaciales de organización

La varianza de los campos escalares en el STBL marino subtropical generalmente aumenta con la escala espacial *L* siguiendo la expresión $\sigma \approx \alpha L\beta$ donde $\beta \approx \frac{1}{3}$ y α crece con la profundidad de STBL, lo cual se asocia a la turbulencia cuasi-bidimensional a escalas más grandes a la mesoescala por lo que se piensa que existe una escala exterior clara en el STBL que agrega una variación adicional al campo de nubes (109, 125, 126).

Dicha escala exterior está asociada con el patrón celular a mesoescala de modo que procesos de esta dimensión son los que definen la formación de celdas convectivas; por ejemplo, el espectro de potencia de radiación visible tiene una escala exterior de aproximadamente $30 \ km$ lo que coincide con las observaciones de los diámetros aproximados de las celdas (típicamente entre 3 y $40 \ km$) (109, 125, 126).

Tales variaciones originadas por el rango de escalas espaciales en que los Sc se forman dan paso a la complejidad organizacional mostrada en la Fig. 2.2. A continuación se enumeran dichas escalas:

 Estructura y organización a mesoescala: Presenta las cuatro morfologías mostradas en la Fig. 2.2 (i) sin celularidad en la mesoescala, (ii) convección celular organizada de mesoescala cerrada, (iii) convección celular organizada de mesoescala abierta y (iv) celdas de mesoescala no organizadas. Estas corresponden a diferentes etapas de la transición de masas de aire desde estratos marinos poco profundos a océanos tropicales-subtropicales orientales. Los estudios observacionales sugieren, en cambio, que la aparición de celdas a mesoescala es poco común en Sc terrestres (78, 126).

Es importante agregar que los Sc también pueden organizarse en estructuras en forma de rollo en océanos con presencia de cizalladura de aire frío cuando la capa límite es profunda (68). Esta es a menudo la forma dominante de formación a mesoescala del Sc sobre la tierra (3, 6). Por lo general, se desarrollan durante corrientes de aire frío que se caracterizan por gradientes de temperatura y humedad del aire y alta velocidad del viento cercanos a la superficie. Los tres mecanismos de transporte vertical responsables de la transferencia de calor, humedad y momento que en presencia de cizalladura vertical del viento pueden resultar en el desarrollo de nubes rodillo son: la inestabilidad local, inestabilidad paralela e inestabilidad de Rayleigh-Benard. Las observaciones muestran una relación entre la longitud de onda del rodillo y su altura entre 2 y 10. Generalmente, esta razón aumenta a medida que los rodillos se fusionan y evolucionan hacia formaciones de convección celular (ver Fig. 2.3) en consecuencia a diferencias significativas en los campos de transporte entre las corrientes ascendentes y descendentes (68).

2) Escala de grandes remolinos: Mientras que la variación horizontal del viento en la STBL ocurre en la escala exterior de los campos de nubes, la componente vertical depende del transporte de energía, humedad y momento a escalas mayores que la profundidad del STBL propias de la escala de grandes remolinos. Aunque a estas dimensiones es donde se

2. ESTRUCTURA Y FORMACIÓN DE NUBES SC

No MCC



Figura 2.2: Ejemplos de los diferentes tipos de estructuras a mesoescala que ocurren en el Sc marino. Cada imagen tiene un tamaño de $256 \times 256 \ km^2$ y muestra la columna del agua líquida, análoga a la reflectividad visible, estimada por MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer) (123).



forma la capa límite convectiva, se ha observado que una fracción del transporte vertical parece ocurrir en la mesoescala aunque por problemas de medición del viento ha sido difícil probar dicha contribución (27).

Figura 2.3: Estructura tridimensional del campo de temperatura potencial en la capa límite más profunda de un campo de nubes organizado en rollos convectivos formado a medida que se avanza en el eje del viento medio. La temperatura del aire en la superficie varía de 252 *K* cerca de la costa, a 258 *K* mar adentro a una distancia x = 300 km lo que indica una intensa interacción airemar. Cerca de la costa, el transporte parece ser homogéneo y probablemente sea el resultado de turbulencias a escala subcuadrícula; aproximadamente en x = 150 km, los rollos convectivos se vuelven dominantes, mientras que a distancias x > 300 km de la costa los rollos son reemplazados por convección celular (68).

2.2. Procesos físicos involucrados en el control del Sc

Las nubes Sc están controladas por la interacción de la conducción radiactiva, la turbulencia, los flujos superficiales, la liberación de calor latente y el arrastre (Fig. 2.4). En muchos casos, particularmente sobre los océanos, la precipitación ejerce controles importantes sobre la STBL. En esta sección se listan los procesos de control más importantes.

2.2.1. Conducción radiactiva

El enfriamiento radiativo de onda larga en la cima de la nube es la causa principal de convección en el Sc (65, 72). Durante el día la absorción de radiación solar calienta la capa de nubes y compensa el enfriamiento por conducción de onda larga. En escalas de tiempo mayores, los Sc impactan el balance radiativo en la parte superior de la atmósfera y ayudan

2. ESTRUCTURA Y FORMACIÓN DE NUBES SC



Figura 2.4: Diagrama esquemático de los procesos físicos de la capa límite superior del Sc involucrados en su formación (50).

a mantener la superficie oceánica fría con lo que se explica su persistencia sobre los océanos tropicales y subtropicales orientales (81). Se identifican 3 fenómenos clave:

2.2.1.1. Enfriamiento de onda larga

Además de impulsar la inestabilidad convectiva en los Sc, el enfriamiento por onda larga es el factor principal en el balance de energía de la STBL (16). El contenido de agua líquida en abundancia genera un efecto de opacidad a la radiación de onda larga; su absorción aumenta casi linealmente con relación de mezcla de agua líquida q_l y es prácticamente independiente al tamaño de gota para radios efectivos menores a la longitud de onda (86).

Esto debido a que las gotas líquidas se dispersan y absorben la radiación en dependencia a la longitud de onda así como, en ocasiones, a su tamaño. La dispersión ocurre en todas las longitudes de onda en el visible e infrarrojo mientras que la absorción domina en el infrarrojo y para algunas bandas de onda larga $(4 < \lambda < 50 \ \mu m)$ siendo también importante para algunas bandas en el infrarrojo cercano $(0.8 < \lambda < 4 \ \mu m)$ (17).

Dicha radiación penetra en la cima de la nube solo unos pocos metros concentrando gran parte del enfriamiento en esta región y aunque, es prácticamente independiente del tamaño de gota, para nubes con bajas concentraciones de gotas o bajo contenido de agua líquida, el tamaño debe tenerse en cuenta al considerar la emisividad infrarroja que conduce a efectos indirectos de aerosoles (35, 120).

Además de haber un fuerte enfriamiento dentro de la capa superior de la nube, en algunos casos puede haberla por encima de ella, ocasionando que este enfriamiento se extienda sobre una capa más profunda que la propia interfaz turbulenta lo que resulta en la reducción de la fuerza de flotabilidad sobre la capa límite facilitando su arrastre. Sin embargo, una fracción del enfriamiento mejora la subsidencia por encima de la nube alterando los gradientes horizontales de temperatura a gran escala (15, 75).

Otro efecto importante es la divergencia de flujos dentro de la nube por efecto de la convergencia neta de flujo radiativo de onda larga en la base. Como el agua líquida en la capa inferior tiende a ser menor que en la superior, la divergencia de flujo neto aumenta con la altura y decrece en los límites, contribuyendo por circulación al calentamiento/enfriamiento neto de la STBL (90).

2.2.1.2. Absorción solar

Es un componente importante en el balance energético de la STBL y es el impulsor primario de su ciclo diurno (16). Para las gotas de nubes formadas en aerosol no absorbente, prácticamente toda la absorción solar ocurre en el infrarrojo cercano absorbiendo hasta alrededor del 15% de la radiación solar incidente en función del tamaño de gota y el ángulo solar cenital (101, 103, 108).

Cerca de la mitad de la absorción de radiación solar en nubes es por vapor de agua que aumenta con la temperatura y grosor. Todavía hay cierta incertidumbre con respecto a contribución de la absorción de aerosoles en gotas de nubes a la tasa de calentamiento solar pero es poco probable que los valores excedan el 10%–15% incluso en condiciones de alta contaminación (18, 103).

En todas las condiciones, incluyendo los Sc donde el contenido de agua líquida aumenta con la altura, el calentamiento solar de la nube es mayor en la cima porque la fuerte dispersión de la radiación solar en la parte superior limita la absorción a medida que se aproxima a la base. El efecto neto de la radiación es, en la mayoría de los casos, desestabilizar la capa de nubes Sc (103, 123).

2.2.1.3. Dispersión de radiación solar

Las nubes Sc tiene un albedo consideradamente alto debido a que reflejan una fracción notablemente mayor de la radiación solar incidente con respecto a la radiación absorbida (103). El albedo α se rige por el espesor óptico de la nube, la dispersión característica del albedo, el parámetro de asimetría y el ángulo solar cenital (67); en el caso del Sc, los espesores ópticos varían enormemente incluso para campos completamente nublados pues en ellos la mayoría de las gotas son mucho más grandes que la longitud de onda de la radiación solar, este depende de la columna de vapor de agua (LWP) con respecto al radio efectivo de las gotas. Esta relación se traduce en una dependencia a la concentración del número de gotas N_d (79, 120, 123).

La sensibilidad del albedo de la nube a los cambios en la concentración de gotas muestra el efecto de la variabilidad microfísica en el espesor óptico de la nube (14). La susceptibilidad microfísica $d\alpha/dN_d$ es mayor al 50% (85) correspondiente a un rango de LWP entre 50 – 200 m/g^2 , siendo particularmente sensible al aumento en la concentración de gotas por incremento de las concentraciones de aerosol antropogénico(79, 120).

2.2.2. Turbulencia

El estado medio de la STBL está determinado por flujos predominantemente turbulentos de energía, masas de agua (tanto vapor como líquida) y, más indirectamente, por otros componentes atmosféricos como los aerosoles. La cantidad de energía asociada a los componentes turbulentos del viento, particularmente la componente vertical, influye en la velocidad a la que la troposfera libre de aire es arrastrada a la STBL. Actualmente se conocen y emplean propiedades estadísticas de los movimientos turbulentos, algunas relaciones de escala aproximadas y variables de normalización (71, 73, 75).

2.2.2.1. Flujos turbulentos

Los perfiles verticales de flujos turbulentos de energía y humedad, importantes para determinar propiedades de la nube, son descritos por la teoría de capas mixtas, responsable del estudio de los flujos necesarios para mantener capas de nubes bien mezclada dados diversos forzamientos externos aplicados (12, 16, 65, 72, 99).

Para que ello ocurra, la energía vertical y los flujos de humedad deben ser funciones lineales dependientes de la altura, como en ocurre en capas mixtas no precipitadoras donde el flujo vertical de agua total cumple tal condición. Tanto el arrastre de flujos de aire seco y húmedo como el transporte de agua líquida, en forma de precipitación y sedimentación de gotas, pueden contribuir al flujo neto de agua, especialmente en Sc gruesos (31, 72, 120). Su estimación y medición es difícil debido a las grandes escalas horizontales en las que circula humedad en las capas límite convectivas (73).

Los flujos de flotabilidad, generadores primarios de la energía cinética turbulenta (TKE) en la STBL con máximos en la capa de la nube y mínimos bajo esta, son causados principalmente por enfriamiento radiativo y mejorados por efectos de calentamiento latente (12, 31, 71). Para capas mixtas, tienen fuertes aumentos encima de la base de la nube debido a la liberación de calor latente provocando que las corrientes ascendentes sean más cálidas y que las descendentes sean más frías y con ello, ciclos turbulentos dentro de la nube (65, 71). La asimetría entre ambos flujos es impulsada principalmente por diferencias en el agua total transportada hacia abajo por remolinos dentro de la nube ocasionando que, a una altura dada, la parcela que se mueve hacia arriba tiene un mayor contenido de agua líquida. Por lo tanto, el flujo de flotabilidad está fuertemente relacionado al flujo vertical de agua líquida generado por los remolinos. En la parte superior del ciclo radiativo, el enfriamiento hace que el paquete ascendente descienda mientras que el arrastre evapora parte del agua líquida haciendo que las corrientes descendentes resultantes sean más secas que las ascendentes (12).

Durante el día (cuando la radiación solar reduce la enfriamiento general de la cima de la nube), o cuando el arrastre de la cima calienta y seca lo suficientemente, la flotabilidad es negativa debajo de la base de la nube generando un sumidero de turbulencia y conduciendo al desacoplamiento de capa (74). El transporte vertical en la STBL también afecta los flujos su-

perficiales de humedad y temperatura cambiando la velocidad del viento cerca de la superficie (12, 108).

2.2.2.2. Fluctuaciones verticales y horizontales del viento

Son importantes para transportar energía, humedad y masa dentro de la STBL. Las fluctuaciones verticales sobre la región de inversión de la STBL son responsables del proceso de mezcla dentro del EIL, mientras que las fluctuaciones horizontales pueden configurar la cizalladura local del viento cerca de la parte superior de la STBL incluso cuando la cizalladura media es cercana a cero, lo que influye en la mezcla de la parte superior de la nube (123).

Durante el día y la noche las corrientes ascendentes y descendentes más fuertes se encuentran lejos de los límites en la mitad superior de la STBL contribuyendo a la flotabilidad y convección de la nube. Sin embargo, es en ausencia de radiación solar cuando los remolinos son más fuertes y se produce mayor flotabilidad porque el efecto estabilizador por absorción de onda corta está ausente (47). La convección por remolinos es del orden de la altura de la STBL en la horizontal mientras que las corrientes descendentes son más pequeñas y fuertes que las ascendentes, lo que se manifiesta como una distribución negativa de viento en la componente vertical (74).

La estructura de las fluctuaciones horizontales del viento es más compleja que las verticales porque su escala de energía no está limitada por la profundidad de la STBL y por la presencia de amortiguamientos en la componente vertical del viento (27). Esto permite que la energía se acumule en la componente horizontal siendo cada vez más importante en el equilibrio de TKE aunque sus variaciones no se escalen tan bien por la escala de velocidad convectiva como las variaciones verticales de viento (26, 73).

2.2.3. Flujos superficiales

El flujo de calor latente superficial (LHF) proporciona la fuente principal de humedad en la mayoría de las STBL y está determinado por la humedad relativa (RH), la temperatura y la velocidad del viento(44). La RH superficial es dependiente de procesos que controlan el equilibrio de humedad y temperatura en la STBL, principalmente del arrastre y la precipitación. Tanto la RH superficial, el LHF y el flujo de calor sensible a la superficie (SHF) deben ser considerados parámetros internos del sistema STBL (123).

En la mayoría de las STBL marinas, el SHF es una fuente mucho más débil de turbulencia en comparación con el enfriamiento de onda larga. Sobre tierra, y en corrientes de aire frío, el SHF puede rivalizar con la producción de turbulencia por radiación (6). En STBL bien mezcladas, particularmente sobre océanos cálidos, el LHF es un importante fuente de producción de TKE, no solo de humedad, por lo que es clave en la dinámica interna de la STBL (12).

2.2.4. Interacción nube-atmósfera

Una pregunta importante aún no resuelta es cómo la tasa de la interacción nube-atmósfera (traducción al concepto "entrainment", en esta tesis abreviado como IN-A) w_e en la parte superior de la STBL se relaciona con la dinámica del Sc. La medida en la que este es controlado por remolinos de gran escala (que dominan la convección en el MBL) respecto a procesos de mezcla a pequeña escala y a enfriamiento no turbulento por radiación/evaporación de la capa interfacial de la IN-A (EIL) no se comprende completamente (104).

Los procesos no turbulentos son sensibles a propiedades de la nube a muy pequeña escala y a la estructura termodinámica cerca de la capa de inversión. Los modelos físicos de IN-A cuentan con dos clases de formulaciones para w_e : (i) aproximaciones de partición de flujo en constante ajuste para mantener una proporción constante entre flujos de flotabilidad con TKE-destructivo (negativo) y flujos de flotabilidad con TKE-constructivo (positivo) (111); (ii) aproximaciones de escala de velocidad convectiva w_* , supuestas a estas escalas, que consideran la integral vertical del flujo de flotabilidad independientemente de cómo se produce el TKE (28).

Las formulaciones de IN-A más modernas son aproximaciones de w_* e incluyen la aportación de IN-A turbulenta y no turbulenta del STBL (104). Los siguientes son todos los factores que dificultan determinar con precisión la IN-A:

- 1) Hacer mediciones suficientemente precisas de w_e en STBL para distinguir entre diferentes formulaciones (37).
- La fuerte inversión sobre la nube hace difícil de medir con precisión (y resolver en modelos numéricos) el perfil de enfriamiento radiativo, la estructura termodinámica y la dinámica del arrastre interfacial necesario separar la IN-A turbulenta de la no turbulenta (64).
- 3) Procesos generadores de turbulencia como la radiación y el enfriamiento por evaporación ocurren cerca de la EIL dificultando su observación y medición (123).

Las fluctuaciones de flotabilidad cerca de la inversión, impulsadas por enfriamiento evaporativo, mejoran la eficiencia de la IN-A (65, 74). El proceso de mezclado entre la troposfera libre de aire seco y la nube puede crear mezclas con flotabilidad negativa respecto a las mezclas de aire nublado. El término de inversión de flotabilidad describe el caso donde son posibles mezclas con flotabilidad negativa; estas pueden mejorar la mezcla en la parte superior de la nube y en algunos casos a través de toda la capa. Resultan ser importantes en la turbulencia a pequeña escala de la cima de la nube que al mejorar la IN-A son utilizadas para modificar aproximaciones de w_* (74, 104).

Otro factor que afecta la IN-A en la cima del Sc es el TKE generado en la superficie de la nube pues un mayor flujo de flotabilidad cerca la cima genera difusión, turbulenta débil y disipación. Por tanto, las características de la energía que contienen los remolinos presentes en la capa de inversión determinan su capacidad de arrastrar aire desde arriba hacia la nube (64, 65, 66).

Se puede concluir que una serie de diferentes procesos aumentan la eficiencia de la IN-A en la STBL, entre los cuales destaca el enfriamiento radiativo causante de la inversión en los remolinos y responsable de entre 30% - 60% de la tasa de IN-A total generada por este proceso (64).

2.2.5. Precipitación

Los Sc con frecuencia producen precipitaciones ligeras principalmente en forma de llovizna llegando a representar 20% - 40% de su tiempo en regiones de Sc marinos persistentes (63, 111, 120). Sin embargo, también se ha observado precipitación líquida e incluso hielo en Sc sobreenfriados (39, 53). Su influencia comienza a ser significativa en la dinámica de la STBL cuando las tasas alcanzan algunas décimas de milímetro por día. La precipitación a menudo se clasifica por sus valores en la base de la nube R_{cb} como ligeros ($R_{cb} < 0.5 mm día^{-1}$), moderados ($0.5 < R_{cb} < 2 mm día^{-1}$) y pesados ($2 mm día^{-1} < R_{cb}$) (111, 123).

Los efectos de la precipitación sobre la STBL son complejos. Por un lado, la precipitación calienta la capa de nubes estabilizando la STBL, con lo que se reduce la mezcla turbulenta e se induce la estratificación. Por otro, como resultado de la evaporación bajo la base de la nube debido al pequeño tamaño de las gotas (radios en el rango de 30–100 *mm*) existe un efecto de enfriamiento bajo la capa límite del Sc (120, 124).

Tanto sobre tierra como enmar, la frecuencia de ocurrencia de precipitación es maxima en las primeras horas de la mañana cuando el grosor de la nube y el LWP tienden a estar en sus valores más grandes (11, 63). Para STBL desacoplados, los cúmulos formados sobre los Sc parecen producir una precipitación más fuerte durante la tarde lo que ayuda a explicar la precipitación máxima observada en el horario diurno por la Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) en regiones tropicales y subtropicales (4, 129).

2.3. Microfísica

En los modelos propuestos no se incluyen los efectos generados por procesos a esta escala por lo que se hará una breve mención de ellos.

Las propiedades microfísicas de las nubes ayudan a determinar su albedo y su capacidad para formar precipitación (120). Los procesos microfísicos en el Sc son por lo tanto críticos para entender indirectamente el efecto de los aerosoles sobre el clima. En tanto, de todos los parámetros microfísicos, el tamaño medio de la gota de nube es quien tiene mayor influencia pues el radio de la gota determina el grosor óptico de la nube. De igual modo, tanto la velocidad de caída como la eficiencia de recolección dependen fuertemente del tamaño de gota (69, 121).

Las tasas de calentamiento y enfriamiento latente también dependen del tamaño medio de gota que sugiere posibles vínculos entre esta propiedad y la dinámica de la nube, incluso sin tener en cuenta la precipitación (5).

Para un determinado contenido de agua líquida en la nube, el radio de la gota está determinado principalmente por la concentración N_d de gotas, que es la variable clave que une propiedades microfísicas de aerosoles y nubes. Distintas factores que controlan dicha concentración que en conjunto representan factores fundamentales en la formación de precipitación (123).

2.4. Interacción entre procesos físicos

Las nubes Sc son fundamentalmente un sistema de nubes convectivas cuyo mantenimiento depende de la generación de inestabilidad convectiva por enfriamiento radiativo (sección 2.4.1) en la parte superior de la nube. La liberación de esta inestabilidad impulsa convección turbulenta (sección 2.4.2) que ayuda a mezclar el STBL y establece perfiles de temperatura y humedad, provocando arrastre en la parte superior de la nube (sección 2.4.4) y, por lo tanto, controla los flujos de superficie (sección 2.4.3). Estos a su vez determinan el grosor de la nube, su contenido de agua líquida, la tendencia de la STBL a desacoplarse y la capacidad de la nube de precipitar, todo lo cual modifica la estructura turbulenta y la dinámica de la nube (123).

La gran variedad de formas morfológicas y estructuras dinámicas que los Sc adoptan son resultado de la amplia gama de posibles interacciones entre los diferentes procesos físicos a meso y microescala que a su vez están críticamente modulados por la meteorología de gran escala. El mantenimiento del Sc se logra mediante una fuerte regulación interna de los procesos que interaccionan. Las respuestas de la STBL a los diferentes procesos es compleja por la gama de escalas de tiempo sobre las cuales los diferentes procesos afectan el equilibrio de humedad y temperatura de STBL (123).

2.4.1. Mantenimiento y regulación de retroalimentadores

La mezcla turbulenta dentro de la STBL es con frecuencia suficiente para mantener un estado bien mezclado en el que los procesos termodinámicos y dinámicos son responsables de conservar la saturación (16, 74, 120). El mantenimiento de las nubes depende sensiblemente de pequeños cambios en los flujos de arrastre en la superficie y del enfriamiento radiativo así como de retroalimentadores que ayudan a regular el grosor de la nube. La Fig. 2.5 proporciona un diagrama conceptual que detalla la retroalimentación interna de la STBL.

Un elemento importante para mantener los Sc que explica por qué la variabilidad del espesor es limitada se denomina retroalimentación de nube-radiación-turbulencia-IN-A y se representa con flechas gruesas en la Fig. 2.5 (133). En la mayoría de las circunstancias, el incremento del arrastre adelgaza el Sc al incorporar aire cálido y seco que eleva el LCL (87). En cambio,



Figura 2.5: Diagrama conceptual de la dinámica del sistema que ilustra retroalimentadores importantes en la regulación del espesor *h*, la columna de agua líquida *LWP* y la capa de nubes f_c de las nubes de Sc. Los rectángulos amarillos muestran parámetros meteorológicos externos y el efecto de los aerosoles: divergencia D_0 , temperatura *SST* y velocidad del viento U_0 superficiales, temperatura troposférica libre T_1 , humedad q_1 y fuentes de aerosol. Los cuadros blancos muestran variables internas clave: la fuerza de *TKE* dentro del STBL, la tasa de arrastre en la cima de la nube w_e , la medida de la tasa de precipitación *PRECIP* y la concentración de gotas de nube N_d , que es la variable microfísica clave que influye en los procesos macrofísicos. Los signos mas y menos indican los impactos positivos y negativos de una variable sobre otra, con los procesos físicos clave que acompañan las flechas donde sea necesario. Flechas gruesas indicar el sistema de retroalimentación nube-radiación-turbulencia-arrastre. Las líneas continuas indican las escalas de tiempo en la que operan los remolinos (generalmente una hora o menos), mientras que las líneas discontinuas indican retroalimentadores en escalas de tiempo más largas. La línea gris señala el límite entre los regímenes macro y microfísicos (123).
en la cima de la nube la tasa de IN-A mejora por enfriamiento evaporativo para nubes gruesas con mayor condensación y con ello, el flujo de flotabilidad también lo hace como efecto de un mayor flujo de agua líquida (12). Por lo tanto, una nube espesa impulsa una IN-A más fuerte, lo que resulta en un adelgazamiento de la nube, mientras que una nube delgada suprime el arrastre, lo que permite a la nube espesar. Así, este retroalimentador tiene un efecto negativo a los cambios de variables meteorológicas a gran escala, y opera tanto en regímenes continentales como marinos (123).

La precipitación también funciona como un importante regulador de las propiedades del Sc. Para nubes lo suficientemente espesas como para que se produzca colisión-coalescencia, la formación de precipitación puede servir para limitar el espesor de la nube y para estabilizar el TKE en la STBL reduciendo la tasa de IN-A y contrarrestando así las reducciones de espesor asociadas a la pérdida de humedad (2, 62, 122).

Diversos modelos sugieren que las tasas de precipitación podrían aumentar varias veces en respuesta a la duplicación en la varianza de la velocidad vertical (7). Por su parte, las simulaciones de grandes remolinos (LES) muestran que la turbulencia mejora la producción de lluvia al aumentar el tiempo que permanecen las gotas dentro de la nube, lo que facilita su crecimiento por colisión-coalescencia. Los STBL fuertemente turbulentos promueven la formación de lluvia pero esta a su vez limita la turbulencia lo que representa un retroalimentador negativo adicional al grosor de la nube (32).

2.4.2. Interacciones micro-macrofísicas

Aunque se conoce el efecto de los cambios en la concentración de gotas N_d en la precipitación, son los impactos que N_d puede tener en la TKE y la IN-A -distintos a los mediados por la precipitación- quienes aún no sé entienden y cuantifican con precisión (123).

La precipitación de la nube se puede suprimir aumentando la concentración de aerosoles con lo que se reduce la pérdida de humedad del STBL y conduce a nubes más gruesas, pero también puede generar TKE de flotabilidad y aumentar la IN-A en la cima de la nube que contrariamente suele derivar en un adelgazamiento del Sc. Distintos modelos sugieren que estos efectos opuestos pueden resultar en aumentos de la columna de agua líquida y la cobertura nubosa en algunos casos, y disminución del grosor de las nubes en otros; tanto el aumento como la reducción de la CWL se han medido en nubes contaminadas (1, 2, 95, 122, 128). Por su parte, el incremento de TKE causado por la supresión de precipitación inducido por aerosoles serviría para debilitar la causada por el aumento de lluvia (52). Dada la fuerte sensibilidad de la producción de lluvia a la mezcla por flujos turbulentos y su falta de descripción, es notable la falta de parametrizaciones de producción de precipitación en modelos climáticos actuales (123).

Aunque la precipitación reduce el TKE en la STBL, la evaporación puede desestabilizar la subcapa de la nube, induciendo cúmulos en la capa superior a causa de la formación de

piscinas frías y mejorando con ello la variabilidad y dinámica a mesoescala (19, 32, 95, 128). Los modelos de grandes remolinos muestran que la precipitación promueve la estratificación de la STBL al calentarse la parte superior y por reducción de la variación del viento vertical. La precipitación también puede ejercer control sobre el sistema STBL en escalas de tiempo diarias modulando la formación de nubes por aerosoles, ejemplo de cómo la microfísica interacciona con los procesos macrofísicos de la nube (1, 72, 106).

Otro efecto asociado al aumento de aerosoles es la condensación limitada por procesos microfísicos. En él, el aumento de N_d por fuentes de aerosol externas disminuye la escala de tiempo de condensación (al aumentar el tamaño de la gota) lo que incrementa el flujo de agua líquida y por ende la TKE (113). El aumento de la tasa de IN-A en la cima de la nube es otro efecto del aumento de la concentración de gotas con aportes a la TKE. La condensación limitada por procesos microfísicos tiene efectos sobre los campos medios, particularmente en la columna de agua líquida de la nube, que puede constituir un importante efecto indirecto de los aerosoles sobre flujos radiativos aún no represente en modelos climáticos (60, 113).

Como la respuesta de las propiedades macrofísicas del Sc a las variaciones de los aerosoles implica cambios en la naturaleza de la turbulencia, es un desafío para los modelos climáticos hoy en día.

2.4.3. Interacciones entre el STBL y meteorología de gran escala

Modelos actuales contemplan el efecto neto de fenómenos meteorológicos a gran escala, como la turbulencia y las entradas/salidas de humedad en la nube, sin describir el comportamiento y las interacciones entre tales fenómenos. En esta sección se hace un descripción breve de los procesos a grandes escalas.

- Divergencia a gran escala: Dado que la profundidad del STBL es un factor clave en las propiedades estructurales y dinámicas, el perfil de divergencia a gran escala tiene una influencia importante sobre el Sc. Dicha respuesta no es lineal pues mientras las bajas tasas de divergencia permiten que la capa límite marina (MBL) sea lo suficientemente profunda como para desacoplarse y no poder soportar Sc, las de mayor intensidad pueden reducir la parte superior de la MBL debajo de LCL y no producir nubes (132). Siendo el tiempo de relajación (3–6 días) de la altura de la nube en función a la divergencia de bajo nivel bastante lento en comparación al cambio típico de los cambios meteorológicos, se concluye que la profundidad del STBL rara vez está en equilibrio con su forzamiento meteorológico local (99).
- 2) Temperatura de la troposfera libre y estabilidad en la troposfera baja: La influencia de la LTS -diferencia de la temperatura potencial entre 700 y 1000 *hPa* en el control de la cobertura de nubes bajas, particularmente sobre los océanos tropicales/subtropicales, recae en la inversión que inhibe la IN-A y favorece una capa límite bien mezclada (55). Tal capa está acoplada a la humedad del océano y a fuertes inversiones en capas delgadas y saturadas extensas en la horizontal (126). Como la LTS está fuertemente correlacionado

a la humedad de la troposfera libre y a los flujos de ascenso a gran escala sobre el océanos subtropicales, la estructura superficial de la temperatura captura la variedad de efectos en nubes bajas sobre el mar (123).

3) Humedad en la troposfera libre: Este influye en el espesor y altura de las nubes. De forma aislada, el espesor de la nube disminuye a medida que disminuye la humedad de la troposfera libre (FT) sin embargo, cuando la IN-A por evaporación y el enfriamiento de onda larga aumentan a medida que disminuye la humedad, la parte superior de la nube crece (9). Dentro de la construcción de capa mixta, el grosor del Sc es una función decreciente a la humedad de FT que en unión a un mayor IN-A, favorece a la transición al cúmulo. De modo que el efecto de esta variable en las propiedades del Sc permanece incierto. Además, como en el caso de la humedad, la subsidencia radiativa a gran escala y la estabilidad están estrechamente conectados, resulta difícil aislarla de otros controles meteorológicos (123).

2.4.4. Formación

Existen pocos estudios que investiguen la formación de Sc, mientras que existen muchos que detallan su mantenimiento y evolución. Los Sc se forman por el enfriamiento o la humectación a gran escala de la capa límite, impulsada por procesos radiativos, mezcla por flotabilidad o cizalladura, ascenso a gran escala de bajo nivel, IN-A de la capa límite convectiva, o la mezcla de estos procesos.

En cielos despejados, la emisión de radiación de onda larga tiende a conducir a la atmósfera hacia la saturación mientras que la mezcla turbulenta (generada por cizalladura vertical del viento, flotabilidad por intercambio con la superficie y su interacción), al cambiar la estructura de humedad y temperatura de la capa límite es un medio más eficiente para generar saturación a gran escala (123).

Otro factor importante en la formación de Sc es la SST. Si esta es más cálida que la temperatura del aire, las parcelas de aire húmedo también se calientan por la evaporación de la superficie del mar presentando flotabilidad positiva; en tanto, cuando la SST es más fría que la temperatura del aire, hay dos opciones: 1) las parcelas se elevan y resultan en perfiles de mezcla y temperatura casi neutros precursores de la formación de estratos y Sc ó 2) las parcelas modificadas permanecen cerca de la superficie del océano aumentando la relación de mezcla y las capas límite estratificadas que favorecerán la formación de cúmulos convectivos superficiales (80, 123). Sobre tierra los procesos físicos son esencialmente iguales con la diferencia de que el suministro de humedad depende la naturaleza de la superficie (133).

La formación de estratos ocurre cuando las partes superiores de la capas neutras alcanzan la saturación mientras que los Sc aparecen una vez que tales capas se vuelven lo suficientemente gruesas que presentan actividad radiativa fuerte (sección 2.2.1) y enfriamiento por emisión infrarroja en las parte superior de la nube, generando inestabilidad convectiva y la mezcla de la STBL (sección 2.2.2) (123).

2.4.5. Disipación y transición a otros tipos de nubes

Las nubes Sc se disipan de tres maneras: pueden adelgazar y desaparecer en un arreglo espacialmente uniforme; pueden volverse horizontalmente heterogéneas, engrosando en unos lugares y adelgazando o disipándose en otros; y pueden transicionar a un diferente tipo de nube.

2.4.5.1. Disipación por adelgazamiento

Los factores que reducen el grosor de la capa saturada de Sc son: subsidencia fuerte que reduce la inversión (regiones costeras) (87), aumento en la temperatura de la capa límite planetaria (PBL) por aumento de flujos de calor o radiación solar (108), reducción de humedad por precipitación y arrastre de aire cálido y seco en la parte alta de la nube (87). El adelgazamiento de la nube puede ocurrir a causa de cambios en la STBL que conducen a heterogeneidad horizontal o transiciones a diferentes tipos de nubes.

2.4.5.2. Inestabilidad en la interacción nube-atmófera

Un mecanismo adicional para la ruptura del Sc es conocido como CTEI, basado en la idea de que la evaporación de aire saturado y de aire seco en la parte superior de la STBL genera corrientes de flotabilidad descendentes que aumentan la TKE en el STBL, produciendo una mayor IN-A que funciona como retroalimentación positiva al secar la STBL y disipar la nube (29, 65). Sin embargo, existe poca evidencia de que el CTEI es decisivo, mientras que hay mayor evidencia de que juega un papel secundario en la formación se capas de nubes Sc, particularmente en entornos con capas límite bien mezcladas (123).

2.4.5.3. Transición a cúmulos

Los mecanismos de disipación y ruptura de campos de nubes Sc pueden propiciar la transición a una capa límite estratificada y acoplada al menos intermitentemente acompañada, en ocasiones, a un aumento horizontal de heterogeneidad (126). Ejemplo de ello es la transición de Sc a cúmulos, fundamental para establecer la distribución de nubes sobre océanos subtropicales y tropicales.

La transición ocurre cuando las masas de aire se mueven hacia el ecuador en sistemas de alta presión. Mientras lo hacen, la STBL, inicialmente superficial debido a la fuerte subsidencia, por efecto del aumento de flujos superficiales -como masas de aire- se mueve hacia aguas más cálidas. Esto impulsa un arrastre fuerte que conduce a flujos de flotabilidad negativa bajo la nube desacoplando la capa y permitiendo que se formen cúmulos debajo del Sc. Este proceso de desacoplamiento de la STBL se denomina mecanismo de profundización y calentamiento (12).

Aunque inicialmente, los cúmulos ayudan a mantener una extensa capa de nubes Sc al suministrar humedad, a medida que se vuelven más grandes, aumentan el arrastre de aire seco en su parte superior conduciendo a la disipación de Sc (127).



Figura 2.6: Esquema de formación para celdas convectivas. (A) Nubes Sc en celdas cerradas provocan enfriamiento radiativo en la parte superior (sombreado azul) generando circulación por corrientes descendentes estrechas (flechas azules) y corrientes ascendentes anchas (flechas rojas). En la sección superior el aire atmosférico se enfría por expansión adiabática condensándose en vapor de agua para formar nubes. (B) Las corrientes ascendentes estrechas y fuertes (flechas rojas) producen nubes lo suficientemente profundas como para convertirse en pozos de lluvia (punteado azul). Dicha lluvia y su evaporación produce corrientes descendentes amplias o piscinas frías (flechas azules) (38).

2.4.5.4. Disipación inducida por precipitación

Aunque no es una condición necesaria, existen estudios teóricos y evidencia observacional indicando que el aumento de precipitación promueve el desacoplamiento y ruptura de campos de nubes Sc.

En la Fig. 2.5 se muestra cómo los retroalimentadores asociados a la precipitación en la STBL tienen efectos positivos en la regulación interna de la nube. Específicamente, la precipitación puede llegar a estabilizar la STBL, reduciendo el TKE y la IN-A, produciendo nubes más gruesas y con ello más precipitación. A menor escala, la eliminación de coalescencia resulta en un regulador importante y eficiente de CCN que reduce la concentración de gotas de nube y favorece una mayor precipitación (121). El efecto de la interacción de ambas escalas son fuertes precipitaciones (tasas de varios milímetros por día) y dos tipos de respuesta en el sistema STBL a ellas.

En la primera, la precipitación puede conducir a la transición de convección celular de mesoescala cerrada a abierta como se ha observado en regiones de Sc marinos extensos (ver Fig. 2.6). En algunos casos, las celdas abiertas están rodeadas de celdas cerradas, en cuyo caso se han convertido en paquetes de celdas abiertas (POCs) como se observa en la Fig. 2.7 (95, 112). Los estudios in situ de POCs indican transiciones microfísicas -particularmente de aerosolesagudas en la nube acompañadas de transiciones a macroescala así como celdas precipitadas más fuertes y grandes intermitentemente. En el límite entre las regiones de celdas abiertas y cerradas se ha observado fuerte precipitación así como el cambio rápido de coalescencia en la transición a celdas abiertas (20, 124).

Por su parte, la segunda respuesta a una fuerte precipitación es el colapso de la STBL a una capa límite mucho menos profunda (típicamente 500*m* o menos) que consta de unas pocas nubes irregulares o ninguna en absoluto (1, 106). Esto en consecuencia a la reducción significativa de TKE y, por consiguiente, del arrastre en la capa superior de la nube. Como en la transición a celdas abiertas, la reducción de CCN por coalescencia aumenta la precipitación y reduce el enfriamiento de onda larga, acelerando el colapso de la nube (123).



Figura 2.7: Imágenes del satélite Terra de la NASA que muestran paquetes de celdas abiertas (POCs) rodeadas de Sc marinos de celdas cerradas sobre el sureste tropical del Océano Pacífico. El recuadro muestra una región ampliada del POC (123).

Finalmente, que en algunas ocasiones la precipitación promueva la transición a celdas abiertas y en otras el colapso de la capa límite no está del todo entendido. Se sabe que la tasa de arrastre en la cima de POCs es menor a la propia de celdas cerradas rodeadas de otras abiertas, lo que sugiere que circulaciones secundarias por encima de la inversión son importantes para reducir la subsidencia mitigando así el colapso de la STBL (8, 124). Una hipótesis sugiere que cuando el área susceptible al colapso es lo suficientemente grande, la IN-A en la frontera de la nube no es suficiente para mantener la profundidad de la STBL contra la subsidencia. Otro

posible factor decisivo es la profundidad inicial de la STBL pues si esta es más profunda, puede tender a evolucionar a una fase de celdas abiertas mientras que los inicialmente delgados pueden tender a colapsar(8). En por ello que los STBL menos profundos no son compatibles con la convección celular de mesoescala necesaria para la transición a celdas abiertas (126).

Capítulo 3

Modelo de difusión estocástica lineal

En este capítulo se presenta un modelo idealizado para la dinámica del agua atmosférica como un proceso de difusión estocástico. Con este enfoque, propuesto por Stechmann and Hottovy (2015), diversos conceptos de física estadística como fenómenos críticos y transiciones de fase son utilizados para comprender y describir regímenes de nubes Sc entendidos como los estados de equilibrio de la transición de fase del modelo estocástico.

A pesar de su formulación lineal, el modelo es capaz de reproducir el área de nubosidad cubierta por regímenes propios de la organización celular del sistema. Los procesos físicos que incluye el modelo son precipitación, evaporación y advección-difusión turbulenta de vapor de agua, y se representan en forma idealizada como difusión por remolinos, amortiguación y forzamiento estocástico. Finalmente, el modelo discretizado puede ser conectado al modelo de Ising y analizado desde esta perspectiva.

3.1. Idealización de los procesos físicos de la dinámica de la capa

límite de nubosidad

En las últimas décadas, la variedad de sistemas formados por nubes tropicales ha sido cuantificado estadísticamente usando diferentes criterios apoyados siempre en observaciones satelitales. Una de las perspectivas recupera procesos mencionados en el capítulo anterior con los que, usando conceptos de física estadística que incluyen fenómenos críticos y transiciones de fase, presenta un modelo estocástico lineal para convección tropical, nubes y dinámica del vapor de agua.

El modelo propone una simplificación para la dinámica de la capa límite de nubes altamente idealizada y similar en complejidad a los modelos de transiciones de fase en otros contextos, como el modelo de Ising para ferromagnetismo (131). Como tal, en él se describe la dinámica espacio-temporal del vapor de agua en la atmósfera aproximando el comportamiento de la precipitación, generalmente modelado como un componente no lineal, a una estadística lineal.

La siguiente ecuación diferencial estocástica presenta la evolución temporal del sistema:

$$\frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} = b\nabla^2 q(\mathbf{r},t) - \frac{1}{\tau}(q_t(\mathbf{r},t) - q_{vs}) + D\dot{W} + F$$
(3.1)

De modo que la dinámica de $q_t(\mathbf{r},t)$ depende del forzamiento externo F, la constante de interacción espacial b, el tiempo de relajación τ , el límite de relajación q_{vs} y varianza del forzamiento estocástico D^2 . La interpretación física de estos términos será explicada más adelante.

El modelo 3.1 describe la dinámica de flujos atmosféricos considerando que el vapor de agua está acoplado al movimiento de las masas de aire a través de la expresión:

$$\frac{Dq(\mathbf{r},t)}{Dt} = S \tag{3.2}$$

donde $Dq(\mathbf{r},t)/Dt$ es la derivada convectiva que incluye el campo de velocidad del aire, y S representa cualquier fuente o sumidero de humedad, como la precipitación. Por lo tanto, las masas de vapor de agua evolucionan de acuerdo a:

$$\frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} + (uq(\mathbf{r},t))_x + (vq(\mathbf{r},t))_y + (wq(\mathbf{r},t))_z = S$$
(3.3)

donde *u*, *v* y *w* son las componentes de la velocidad del viento. A su vez, *q* se descompone en $q = \langle q \rangle + \delta q$, formado por una componente $\langle q \rangle$ a gran escala y una componente δq de pequeña escala. La primer componente representa el promedio vertical de *q* sobre una columna de la atmósfera, es decir, representa la columna vapor de agua (CWV) cuya dinámica en dos dimensiones queda dada por:

$$\frac{\partial \langle q(\mathbf{r},t) \rangle}{\partial t} = \langle S \rangle - [(\langle u \rangle \langle q(\mathbf{r},t) \rangle)_x + (\langle v \rangle \langle q(\mathbf{r},t) \rangle)_y] - [(\langle \delta u \delta q(\mathbf{r},t) \rangle)_x + (\langle \delta v \delta q(\mathbf{r},t) \rangle)_y]$$
(3.4)

Observando la Eq. 3.4, se pueden proponer dos aproximaciones para flujos turbulentos: i) la convergencia de flujo a pequeña escala, $-[(\langle \delta u \delta q(\mathbf{r},t) \rangle)_x + (\langle \delta v \delta q(\mathbf{r},t) \rangle)_y]$, modelada como difusión por remolinos, $b\nabla^2 q(\mathbf{r},t)$, y ii) los efectos turbulentos no lineales propios de $[(\langle u \rangle \langle q(\mathbf{r},t) \rangle)_x + (\langle v \rangle \langle q(\mathbf{r},t) \rangle)_y]$, modelados por medio de una amortiguación turbulenta $-\frac{1}{\tau}q(\mathbf{r},t)$ y un forzamiento estocástico $+D\dot{W}$. Por su parte, el término $\langle S \rangle$, que incluye los efectos por cambios en la cantidad de agua en la nube como precipitación y evaporación, se representa en forma idealizada como un forzamiento neto constante F y una contribución parcial a el forzamiento estocástico $D\dot{W}$. Con esta conexión con la dinámica atmosférica, los términos del modelo pueden ligarse a los procesos físicos de precipitación, evaporación y adveccióndifusión turbulenta responsables de la formación de la nube.

Entendido esto, el término $q_t(\mathbf{r},t)$ (medido en *mm*) se asocia al contenido de humedad total (vapor de agua más agua condensada, es decir, líquido y hielo) en cada columna de la capa límite planetaria (PBL) en la ubicación espacial horizontal (x, y) mientras que q_{vs} (*mm*) corresponde a un valor de saturación constante. La diferencia entre ambos indica la presencia de nubosidad y la convección en la celda (x, y) cuando $q_t(x, y, t) > q_v s$. En un primer planteamiento el umbral del modelo toma el valor $q_{vs} = 65 mm$, cercano al valor crítico encontrado en los

estudios observacionales (por ejemplo, (83)) sin embargo, haciendo una nueva simplificación el umbral se puede tratar como el valor fijo $q_{vs} = 0$ resultando en una nueva expresión de la forma:

$$\frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} = b\nabla^2 q(\mathbf{r},t) - \frac{1}{\tau}q(\mathbf{r},t) + D\dot{W} + F$$
(3.5)

Nótese que de acuerdo con la definición de $q \operatorname{como} q = q_t - q_{vs}(T)$ descrita en la Ec. 3.1, se tiene que i) $q_{vs}(T)$ es una función de temperatura dada en términos de la ecuación de Clausius-Clapeyron que señala que las fuentes y sumideros de q podrían surgir potencialmente de fuentes y sumideros de calor y ii) el agua total, q_t , el valor de saturación de vapor de agua, q_{vs} , y la temperatura, T, se interpretan como cantidades promediadas por columna de capa límite.

Las interpretaciones físicas del resto de los términos al lado derecho de la Ec. 3.5 son las siguientes y están ilustrados esquemáticamente en la Fig. 3.1. El laplaciano dos dimensional $b\nabla^2 q(\mathbf{r},t)$ representa la difusión y la mezcla por turbulencia (proceso 2) que, como en la práctica común de dinámica de fluidos, se utiliza para modelar la mezcla del agua debido al efecto acumulado de muchos remolinos. El segundo y tercer término, $\tau^{-1}q(\mathbf{r},t)$ y $D\dot{W}$, introducen el modelo más simple para fluctuaciones turbulentas así como otros procesos físicos con un componente aleatorio, como la interacción de la nube con aire no saturado en su parte superior, quien a su vez es espacial y temporalmente variable a remolinos turbulentos (proceso 4).



Figura 3.1: Diagrama esquemático de los procesos físicos involucrados en la formación de la capa límite superior de nubes Sc: 1) Conducción radiativa, 2) Mezcla turbulenta, 3) Flujos de energía y humedad de la superficie del mar, 4) Interacción nube-atmósfera y 5) Precipitación (123)

Particularmente, el término $\tau^{-1}q(\mathbf{r},t)$ representa una relajación que permite alcanzar un estado estacionario cuyo parámetro τ (*h*) se obtiene a través de un análisis cuidadoso de la tasa de precipitación y agua integrada por columna. Téngase en cuenta que los componentes deterministas de la variación espacial de precipitación y evaporación de la superficie del mar (proceso 3 y 5) a menudo se modelan con términos separados de la forma $\tau_e^{-1}q(\mathbf{r},t)$ y $\tau_p^{-1}q(\mathbf{r},t)$ que se fusionan aquí y contribuyen parcialmente al término único $\tau^{-1}q(\mathbf{r},t)$ con el objetivo de

minimizar el número de parámetros del modelo.

Los parámetros τ y *b* están relacionados con las escalas de variabilidad espacial y temporal en el modelo y sus valores se eligen como $b = 25 \ km^2 \ h^{-1}$ y $\tau = 100 \ h \approx 4 \ dias$ para obtener una densidad espectral de potencia (PSD) de radiación de onda larga saliente (OLR) consistente con los análisis de datos observacionales de la varianza del vapor de agua de la capa límite (19).

Por su parte, el término $D\dot{W}$ introduce un forzamiento estocástico con el parámetro D ($mm * km h^{1/2}$) relacionado a la varianza general de agua total, por lo que el rango de valores que adopta es comparable a estimaciones observacionales de la varianza del agua total y de la columna de agua líquida.

Es importante aclarar antes de continuar que las relaciones de los términos del modelo con la precipitación y el agua están algo abiertas a la interpretación. Por ejemplo, q podría representar potencialmente la cantidad total de agua (suma de vapor de agua y agua condensada en la nube) o solo vapor de agua. A cada una de estas posibilidades es posible asociarle una interpretación de q_{vs} como un valor de saturación (si q es el agua total) o un umbral para el inicio de la convección (si q es vapor de agua). En este modelo se considerará q como vapor de agua para ser consistente con la interpretación en trabajos anteriores de Peters y Neelin (83, 84, 102).

Finalmente, el último término $F(mm h^{-1})$ es un forzamiento constante y determinista que representa las fuentes y sumideros netos de agua, incluida la precipitación y la evaporación de la superficie del océano (procesos 3 y 5). El rango de valores del parámetro F es consistente con las estimaciones observacionales de tasas de precipitación y flujos de calor latente, promediados a grandes escalas, en el rango de 0 a aproximadamente 1 a 5 $mm d^{-1}$.

En combinación, los términos $\tau^{-1}(q(\mathbf{r},t) - \tau F)$ indican que $\langle q \rangle = \tau F$ es el valor medio de q, que puede verificarse tomando el valor medio de la Ec. 3.5. En términos de q_t , dado que $q = q_t - q_{vs}$, el valor medio es $q_t = q_{vs} + \tau F$, lo que indica que $q_{vs} + \tau F$ se introducen al modelo de la misma manera. Por tanto, se podría usar $\langle q \rangle$ como parámetro en lugar de F sin embargo, F se usa aquí para facilitar la analogía con el ferromagnetismo.

Por otro lado, se ha demostrado que este modelo puede traducirse en un sistema hamiltoniano de la dinámica de espines y por tanto, transiciones de fase una vez que se define una nueva variable $\sigma(x, y, t)$ usando la función de Heaviside. De modo que si $q_t(x, y, t)$ está por encima del umbral de saturación $q_v s = 0$, la columna en la posición (x, y) experimenta una fuerte convección. Explícitamente se tiene que:

$$\sigma(x, y, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } q(x, y, t) \ge 0\\ 0 & \text{si } q(x, y, t) < 0 \end{cases}$$
(3.6)



Figura 3.2: Ejemplo del modelo para CWV y su equivalente en el indicador de presencia de nube. a) Distribución de *q* en cada punto de red con área $5 \ km \times 5 \ km$ b) Discretización de la distribución en a) (50).

En consecuencia, si $q \ge 0$ se interpreta como la presencia de nube. La transición de la ausencia(q < 0) a la presencia de convección (q > 0) se acompaña de una transición significativa en el albedo (ver Fig. 3.2). El albedo de la nube también se ve significativamente afectado por otros factores, como la variabilidad en la nube del contenido de agua líquida, que por simplicidad no se indica en los resultados mostrados pero es una característica del modelo que vale ser estudiada.

3.2. Solución numérica

En esta tesis se replicaron los resultados y simulaciones presentadas por Hottovy y Stechmann. El desarrollo del método numérico usado se explica en las siguientes secciones mientras que el código se presenta en el Apéndice A.1.

3.2.1. Dominio

Para visualizar las distribuciones en la atmósfera generadas por el modelo, se resolvió numéricamente la Ec. 3.5 en el dominio cuadrado:

$$\begin{cases} 0 \le x \le L \\ 0 \le y \le L \end{cases}$$
(3.7)

donde L = 500 km. La discretización se hizo utilizando un mallado bidimensional dividido en una red N por N celdas con N = 100 y por tanto, un espaciado de red de $\Delta x = \Delta y = 5 \text{ km}$ (Fig. 3.3). Esto es:

$$\begin{cases} x_i = \frac{iL}{N} = i\Delta x & i = 1, 2, 3, ..., N - 1 \\ y_i = \frac{iL}{N} = i\Delta y & j = 1, 2, 3, ..., N - 1 \end{cases}$$
(3.8)

Estas dimensiones de rejilla se eligieron para, primero, que el ancho de la celda se aproxime a la escala de los elementos convectivos en la capa límite, que se escala con la altura de la capa límite O(1) km; y segundo, para que pueda ser comparable al ancho de píxel de las imágenes de satélite que se usan como referencia.

Por otro lado, el parámetro de tiempo fue discretizado usando el mallado temporal dado por:

$$t_n = n\Delta t \tag{3.9}$$

donde $\Delta t = 0.01h$ es el tamaño del paso y *n* el paso pasos en un dominio temporal cuyo valor final es T = 100 h corresponde al período en que se alcanza un estado estacionario del sistema.



Figura 3.3: Diagrama de la red espacial bidimensional. Cada celda de $5km \times 5km$ representa el elemento de red (i, j) que tiene el valor de la columna de vapor de agua $q_{ji,j}(t)$. A su vez, cada sitio tiene interacciones con sus vecinos cercanos ubicados a su derecha, izquierda, arriba y abajo (50).

3.2.2. Discretización

Para resolver la Ec. 3.5, se eligió emplear el método de diferencias finitas (FDM) como Hottovy y Stechmann lo hicieron originalmente. Para empezar, se aproximó por medio de una discretización centrada estándar el operador laplaciano, $\nabla^2 q(\mathbf{r},t)$, con $b_* = b/\Delta x^2$. Por tanto, definiendo $q_{i,j}(t)$ como la versión discreta de q(x,y,t), su evolución queda determinada por la siguiente ecuación diferencial estocástica (EDS):

$$\frac{\partial q_{i,j}(t)}{\partial t} \approx b_*[q_{i+1,j}(t) + q_{i-1,j}(t) + q_{i,j+1}(t) + q_{i-1,j}(t) - 4q_{i,j}(t)] - \frac{1}{\tau}q_{i,j}(t) + D_*\dot{W}_{i,j} + F$$
(3.10)

donde $q_{i,j}(t)$ como el CWV integrado y $W_{i,j}(t)$ es el ruido blanco, denotado formalmente como la derivada de un proceso de Wiener (50, 51), en la columna (i, j) de la atmósfera para i, j = 1, ..., N. Nótese que la discretización natural de $DW_{i,j}$ es $D_*W_{i,j}$ con $D_* = D/(\sqrt{\Delta x}\sqrt{\Delta y}) = D/\Delta x$.

Por su parte, la derivada del tiempo en el paso t = n en el punto de la cuadrícula (i, j) se aproximó usando la definición de derivada:

$$\frac{\partial q_{i,j}(t)}{\partial t} \approx \frac{q_{i,j}(t+1) - q_{i,j}(t)}{\Delta t}$$
(3.11)

Parámetro	Descripción	Valores	Unidades
		numericos	7
	Dominio en una dirección	500	кт
N	Número de celdas de red en una dirección	100	_
Δx	Tamaño de celda en la dirección x	5	km
Δy	Tamaño de celda en la dirección y	5	km
b	Coeficiente de difusión	25	$km^2 h^{-1}$
$b_* = b/\Delta x^2$	Coeficiente de interacción	5	h^{-1}
τ	Coeficiente de amortiguamiento	100	h
D	Forzamiento estocástico	[0:15] $mm h^{1/2}$	
$D_* = D/\Delta x$	Forzamiento determinista discretizado	retizado [0:3] $mm * km h^-$	
F	Forzamiento determinista	[-1:1]	$mm \ h^{-1}$

3.2.3. Condiciones iniciales y de frontera

Por simplicidad, en esta simulación se consideró un dominio con condiciones de frontera periódicas. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\begin{cases} q_{1,j}(t) = q_{N+1,j}(t), & i = 1, 2, 3, ..., N-1 \\ q_{i,1}(t) = q_{i,N+1}(t), & j = 1, 2, 3, ..., N-1 \end{cases}$$
(3.12)

Finalmente, las condiciones iniciales fueron aleatorias siguiendo una distribución gaussiana.

3.3. Regímenes de nubes como transiciones de fase

Los resultados de la solución numérica del modelo se muestran en la Fig. 3.4e-3.4h. En ellos se observan los cuatro regímenes de organización de la nube mostrados en fotografías satelitales de la Fig. 3.4a-3.4d, respectivamente. Se incluyen los patrones de organización de nubes Sc ordenados en celdas cerradas (Fig.3.4a), celdas abiertas (Fig.3.4c) y paquetes de celdas abiertas (POCs) (Fig.3.4b), donde celdas abiertas y cerradas pueden aparecer en proporciones semejantes. Finalmente se considera un cuarto régimen formado por cúmulos de nubes superficiales (Fig. 3.4d) que se caracterizan por elementos pequeños de nube sin un orden particular.



Figura 3.4: Las cuatro fases características de organización de nubes superficiales: Sc organizados en celdas cerradas, paquetes de celdas abiertas rodeadas de celdas cerradas (POCs), celdas abiertas y cúmulos superficiales. Se presentan fotografías satelitales en los paneles a-d, y simulaciones generados por el modelo de Hottovy y Stechmann (ec. 3.5) con los parámetros propuestos en (50) en los paneles e-h. Las fotografías satelitales de los campos reales se tomaron de la base de datos del Espectrorradiómetro de Imágenes de Resolución Moderada (MODIS) y de la base del Servidor de Satélite Geoestacionario (GOES).

Estos cuatro regímenes de nubes corresponden a cuatro regímenes de la Ec. 3.5 generados por combinaciones distintas de los parámetros F y D. Para ayudar a la interpretación de tales parámetros, resulta útil observar que b, D y F son análogos a los tres parámetros conocidos del

modelo de Ising para ferromagnetismo (131): coeficiente de interacción espacial J, temperatura T y fuerza del campo magnético externo H, respectivamente. En tanto, el parámetro τ no tiene un análogo en el modelo clásico de Ising independiente del tiempo.



Figura 3.5: Gráfica del promedio calculado usando la expresión teórica en comparación al medido en las simulaciones de q(x, y) para estados estacionarios del modelo para cada uno de los regímenes de nubes superficiales descritos en el modelo estocástico de la Ec. 3.5. (a) Convección de celdas cerradas (CCC) (b) Paquetes de celdas abiertas (POCs) (c) Convección de celdas abiertas (OCC) (d) Cúmulos de nubes superficiales (SC). Se agrega el perfil espacial de q(x, y) propio de cada régimen.

Antes de realizar el análisis de dichos régimes a partir de la variable binaria $\sigma(x, y, t)$ definida en la Ec. 3.13 como $\sigma(x, y, t) = \mathcal{H}(q(x, y, t))$ en términos de la función de Heaviside \mathcal{H} , se hace una comparación de la evolución del modelo continuo a partir del primer momento estadístico. Usando la expresión $\langle q(x, y) \rangle = \tau F$ mencionada anteriormente, se calculó teóricamente el valor promedio de q(x, y) mientras que se midió el valor medio de las simulaciones de q(x,y) a tiempos suficientemente grandes para alcanzar un estado estacionario. El resultado se muestra en las gráficas de la Fig. 3.5 así como el perfil espacial de la variable q(x,y,t) para cada régimen.

3.3.1. Fracción media de nube

Como se hace con otros sistemas físicos que presentan transiciones de fase, Hottovy y Stechmann proponen un diagrama de fases para ver claramente el cambio entre los regímenes de nubes mostrados en la Fig. 3.4 en dependencia a los parámetros del modelo. En este diagrama, se considera una nueva función, $\langle \sigma(x, y, t) \rangle$, definida como el valor esperado de $\sigma(x, y, t)$ para estados estacionarios.

En términos físicos, $\langle \sigma(x, y, t) \rangle$ representa la fracción media de nube (CAF, por las siglas en inglés çloud area fraction") y se muestra la dependencia de los parámetros *D* y *F*, *ie*, $\langle \sigma \rangle = \langle \sigma(F, D) \rangle$. Analíticamente se calcula siguiendo la expresión:

$$\langle \sigma(x, y, t) \rangle = \frac{1}{2} \left[1 + erf\left(\frac{\tau F}{\sqrt{2Var(q_{ij})}}\right) \right] \approx \frac{1}{2} \left[1 + erf\left(\frac{\tau F}{D}\frac{2\pi b}{\sqrt{\log(L/\Delta x)}}\right) \right]$$
(3.13)

donde $Var(q_{i,j})$ es la varianza de la columna de vapor de agua q(x,y,t) en el sitio de la red (x,y) = (i,j) la cual fue calculada analíticamente en el espacio de Fourier de $q_{i,j}$ para simplificar los cálculos. Siendo $Q_{k,l}(t) = \mathcal{F}(q_{i,j})$ la transformada de Fourier discretizada de $q_{i,j}$, Hottovy y Stechmann muestran que $Q_{k,l}(t)$ se comporta como un proceso de Ornstein-Uhlenbeck de valor complejo que sigue una distribución gaussiana de modo que la varianza, en el espacio real, depende asintóticamente de los parámetros D y b de la forma:

$$Var(q_{i,j}) \sim \frac{D^2}{4\pi b} log(N) \tag{3.14}$$

Nótese que $\langle \sigma(x, y, t) \rangle$ no solo depende de los parámetros F y D sino que también de \sqrt{b} y de τ por lo que, para tener un espacio de parámetros bidimensionales, la Fig. 3.6 muestra $\langle \sigma(x, y, t) \rangle$ en función de D y F, con \sqrt{b} y de τ fijos en los valores de la Tabla 3.1. Estos diagramas son análogos a los usados típicamente para mostrar las transiciones de fase del modelo de Ising, donde es común fijar el valor de J y considerar un rango de valores de T y H (131).

Analizando las fases de la Fig. 3.6 a-b, se puede identificar que el régimen de celdas cerradas corresponde a valores de F > 0 en los que $\langle \sigma(x, y, t) \rangle \approx 1$ lo que en equivale a una cobertura de nubes (CAF) esencialmente completa; por su parte, el régimen de celdas abiertas corresponde a F < 0 donde $\langle \sigma(x, y, t) \rangle \approx 0$ que representa casi nula cobertura de nubes.

Entre los regímenes de celdas abiertas y cerradas, para valores de $F \approx 0$, se puede observar una transición rápida en la fracción media de la nube lo que indica la aparición de POCs para el régimen de parámetros sensibles donde $\langle \sigma(x, y, t) \rangle$ puede tomar valores intermedios entre 0 y 1. Esto evidencía la formación de celdas abiertas rodeadas por celdas cerradas que van cubriendo regiones más grandes o pequeñas en función del parámetro *F*.



Figura 3.6: Diagrama de fases de los regímenes de nubes superficiales descritos en el modelo estocástico de la Ec. 3.5. (a) Diagrama de superficie de la fracción de área promedio de la nube, $\langle \sigma(x, y, t) \rangle$, en función de la variabilidad, *D*, y el efecto neto de fuentes y sumideros, *F* (Ec. 3.13). Las letras en rojo señalan las regiones en que se presenta cada régimen mientras que las siglas en azul muestran la región de fases no robustas. (b) Vista cenital de la Fig. 3.6 a. Las simulaciones muestran las regiones características de cada formación. (c) Susceptibilidad, χ , definida en la Ec. 3.15, se muestra en función de *D* y *F*.

Para estos regímenes de nubes Sc, los valores del parámetro D son relativamente pequeños y por lo tanto, se forman bajo condiciones de baja variabilidad turbulenta. Para valores más altos de D, la variabilidad del agua atmosférica es mayor y las nubes aparecen más intermitentemente sin una formación particular, como en el caso de cúmulos de nubes superficiales. El valor de F para estás formaciones determina la fracción de área promedio como en los casos anteriores pero la transición no es tan abrupta como para valores de D menores.

Por lo tanto, analizando las regiones de los parámetros D y F en los que se forma cada régimen, se seleccionaron los valores de ambos parámetros usados en la Fig. 3.4. Las simulaciones conservan los valores usados por Hottovy y Stechmann mostrados en la Tabla 3.2. Es necesario agregar que además de estos regímenes, muchas formaciones de nubes quedan fuera de esta caracterización al presentar estructuras desorganizadas. Un buen ejemplo de ello se presenta cuando la cobertura de nubes, en cantidades considerables, no está claramente organizadas en celdas cerradas o celdas abiertas. Tales escenas de nubes también están presentes en el modelo y son etiquetadas en la Fig. 3.4 como "fase no robusta".

Es notorio que aunque en la naturaleza los regímenes celulares y el régimen no robusto se distinguen por la presencia y la falta de estructuras celulares, en las simulaciones mostradas en la Fig. 3.4 no es posible diferenciar con claridad entre una y otra formación. La falta de detalles a escala fina de los regímenes celulares que impide la formación de celdas organizadas es uno de las críticas más evidentes al modelo. Sin embargo, aunque en las simulaciones es díficil hacerlo, los regímenes celulares y el régimen no robusto se pueden distinguir por su robustez y susceptibilidad, respectivamente, como se describe en los párrafos siguientes.

Los autores de este modelo puntualizan el interés por modificarlo para permitir una representación de los efectos de las células individuales con lo que el cálculo de fórmulas analíticas resultaría secundario. Tales cambios permitirían una investigación de los efectos a gran y pequeña escala en la formación y evolución de los regímenes de nubes. La aparición de estos regímenes en el modelo 3.5 sugiere que tal comportamiento puede surgir posiblemente solo debido a factores a gran escala -que en este caso corresponden a diferentes estados del ambiente (F) y a variabilidad turbulenta (D)- y a la presencia de una saturación límite.

	Régimen	Celdas	Paquetes de	Celdas	Cúmulos de
Parámetro		cerradas	celdas abiertas	abiertas	nubes superficiales
$F [mm h^{1/2}]$		0.12	0.048	-0.12	-0.72
$D\left[mm*km\ h^{-1}\right]$		1.55	1.94	1.55	11.62

Tabla 3.2: Tabla de los valores de los parámetros F y D usados en cada régimen del modelo 3.5

3.3.2. Susceptibilidad e incertidumbre climática

Otra propiedad usada para describir la sensibilidad del sistema es la susceptibilidad χ que en este caso calcula la respuesta de la fracción de nubes a cambios en los parámetros ambientales. La susceptibilidad proporciona una segunda propiedad, además de la fracción media de nubes, que caracteriza los diferentes regímenes de nubes en el modelo. Considerada una medida fundamental de mecánica estadística (131) es, como tal, una segunda cantidad natural de interés al promover la analogía entre los regímenes de nubes y las transiciones de fase tradicionales. A su vez, dado que la susceptibilidad es una medida de la sensibilidad estadística del parámetro de orden a perturbaciones de un campo conjugado, es una medida útil de la respuesta climática o la incertidumbre climática a cambios en el ambiente.

Recuperando la expresión $\langle \sigma \rangle = \langle \sigma(F,D) \rangle$, se define la susceptibilidad de la fracción media de nubes como:

$$\chi = \frac{\partial \langle \sigma \rangle}{\partial F} = \frac{\tau}{\sqrt{2\pi Var(q_{ij})}} exp\left[-\frac{(\tau F)^2}{\sqrt{2Var(q_{ij})}}\right] \approx \frac{\tau}{D} \sqrt{\frac{2b}{\log(L/\Delta x)}} exp\left[-\frac{2\pi b(\tau F)^2}{D^2 \log(L/\Delta x)}\right]$$
(3.15)

que se deduce de la Ec. 3.13 como la derivada de la fracción media de la nube $\langle \sigma \rangle$ con respecto al forzamiento constante *F*. Esta expresión es análoga a la susceptibilidad que se define comúnmente para los sistemas magnéticos (131).

La gráfica de la susceptibilidad χ se muestra en la Fig. 3.6 c). La característica más importante se observa en la región propia del régimen de POCs en la que la susceptibilidad es extremadamente alta por efecto pequeños cambios en *F* que conducen a cambios muy grandes en la fracción media de nubes. Por otro lado, los regímenes de celdas cerradas y abiertas tienen una susceptibilidad extremadamente baja lo que refleja su estabilidad y persistencia a cambios en *F*. Finalmente, se utiliza el término de "fase no robusta" para los regímenes de nubes restantes donde la susceptibilidad es moderada y se encuentra entre estos dos extremos, lo que corresponde a formaciones de nubes desorganizadas. En esta región es posible localizar los cúmulos de nubes superficiales de modo que es necesario recurrir a ambas gráficas de la Fig. 3.6, $\langle \sigma \rangle$ y χ , para distinguir esta fase del resto de los escenarios sin un orden definido.

Resulta entonces clara la importancia que tiene el uso de conceptos y propiedades de la Mecánica Estadística. La susceptibilidad χ proporciona una segunda propiedad, además de la fracción media de nubes $\langle \sigma \rangle$, para la caracterización de los regímenes de nubes del modelo. Más específicamente, aunque el modelo no resuelve los detalles de las estructura celular que caracterizan los regímenes de Sc en celdas abiertas y cerradas, sí representa la robustez de estos regímenes de nubes en términos de la baja susceptibilidad de la fracción media de nube a cambios de los parámetros ambientales y forzamientos externos. En otras palabras, los regímenes de celdas abiertas y cerradas son estados robustos en el sentido de que la fracción media de nube $\langle \sigma \rangle$ es prácticamente la misma en un amplio rango de valores de *D* y *F* mientras que en el caso de los cúmulos de nubes superficiales y la fase no robusta, compuesta por nubes desorganizadas, existe una mayor variabilidad en la fracción media de nube.

Es importante señalar que el comportamiento del modelo es una idealización que aunque refleja comportamientos conocidos de las nubes no logra incluir con precisión propiedades que en la naturaleza producen efectos conocidos. Incluso si se analiza con mayor detenimiento un solo régimen de nubes, como Sc de celdas abiertas, estos pueden exhibir diferentes características en diferentes condiciones; por ejemplo, la profundidad de la capa límite puede influir en el tamaño de las celdas, lo que a su vez influye en el albedo de la nube. Esto, aunado al hecho de que el modelo no consigue la formación de convección celular, representa una complicación aún mayor pues tales procesos tienen efectos en la formación de celdas de convección. Sin embargo, el modelo idealizado lineal proporciona una base simple para que se puedan incluir procesos físicos adicionales, como se muestra en el capítulo siguiente.

Por otra parte, que la susceptibilidad adopte valores muy altos en algunas regiones también indica una fuente potencialmente grande de variabilidad inherente del sistema climático. Más específicamente, si ocurren pequeños cambios en factores ambientales como la temperatura de la superficie del mar, entonces pueden surgir grandes cambios en la fracción media de nubes superficiales, con consecuencias para los balances de energía y radiación de la Tierra. Tal variabilidad inherente a la naturaleza de las nubes es una de las razones por las que existe una gran incertidumbre en las proyecciones del clima futuro respecto a la retroalimentación de las nubes frente al cambio climático. Para comprender completamente tales implicaciones, el modelo lineal necesitaría ser combinado con un modelo más completo del sistema climático.



Figura 3.7: Simulaciones del régimen de celdas de convección cerradas para diferentes dimensiones de cuadrícula Δx pero en dominios iguales (L = 500 km). En todos los casos se usan los mismos valores de los parámetros del modelo 3.5. (a) N = 100, $\Delta x = 5 \text{ km}$ b) N = 200, $\Delta x = 2.5 \text{ km}$ c) N = 300, $\Delta x = 1.67 \text{ km}$ d) N = 400, $\Delta x = 1.25 \text{ km}$ d) N = 500, $\Delta x = 1 \text{ km}$.

3.3.3. Análisis de sensibilidad de parámetros

La sensibilidad de los resultados a los cambios en el resto de los parámetros del modelo *b*, τ y Δx se discutirán brevemente ya que los cambios en *D* y *F* ya se demuestran a detalle en las secciones anteriores. En resumen, los resultados son estables en un amplio rango de valores de Δx y esencialmente en cualquier valor de *b* y τ . Analizando cada término por separado, los cambios en Δx tienen poco efecto en los resultados, como se observa analíticamente en las Ecuaciones 3.13 y 3.15. En ellas, la dependencia de $\langle \sigma \rangle$ y χ a Δx tiene la forma $log(L/\Delta x)$ que cambia muy lentamente con los cambios en Δx , lo que indica robustez a los cambios en el espaciado de la cuadrícula. Para ilustrar esto, la Fig. 3.7 muestra simulaciones del régimen de celdas cerradas en distintas dimensiones de la cuadrícula utilizando los mismos parámetros que en la Fig. 3.4. Aunque en el resultado se observan algunas características nuevas a pequeña escala, es decir, en la escala menor al mallado de 5 km usado originalmente, en esencia el resultado es igual al mostrado en la Fig. 3.4.

Con respecto a la sensibilidad de los resultados a los cambios en τ y *b*, nótese que el comportamiento de las transiciones de fase del modelo es robusto a los cambios de estos parámetros. Esto se observa en las fórmulas analíticas para $\langle \sigma \rangle$ y χ en las que la clave a la dinámica de transiciones de fase es la aparición de la función error y de la función exponencial, las cuales varían bruscamente en intervalos pequeños de la variable en cuestión. Como ambas funciones están presentes en cualquier combinación de parámetros en $\langle \sigma \rangle$ y χ , la transición de fase también estará presente para esencialmente cualquier elección de parámetros del modelo.



Figura 3.8: Procesamiento de fotografías satelitales usadas en el análisis de Fourier. (a) Imagen satelital con resolución de 1km por pixel. Tomada de (b) Sección de $500 \times 500 km$ en las que se aprecie con claridad el régimen de interés, en este caso, celdas de convección cerradas. (c) Imagen en escala de grises a la que se le ha ajustado del contraste y exposición para definir celdas de convección. La fotografía satelital se tomó de la base de datos del Espectrorradiómetro de Imágenes de Resolución Moderada (MODIS).

Por lo tanto, si se cambiaran los valores de *b* y τ , todavía se vería una transición de fase aunque los límites de fase en términos de *D* y *F* serían diferentes. Por ejemplo, en la Ec. 3.13 la dependencia a los parámetros va como $\tau F \sqrt{b}/D$; de modo que si \sqrt{b} se incrementara en un factor de 2, entonces el límite de fase ocurriría en un valor de *D* dos veces mayor. Este comportamiento es análogo al caso del modelo Ising en el que ocurre una transición de fase para esencialmente cualquier elección del coeficiente de interacción espacial *J* pero cuyos valores determinan el valor T_c de la temperatura crítica de la transición de fase.

3.4. Análisis de la estructura espacial de los patrones de nubes

Aunque está claro que el modelo reproduce el aspecto general de los campos de nubes, también es claro que hay mucha más organización en los patrones reales para los regimenes de convección celular. Para analizar y visibilizar esto con más detalle se recurre a usar como método analítico la transformada espacial de Fourier. De este modo, se calcula la Transformada de Fourier Discreta de los patrones de salida del modelo así como de las fotografías satelitales de campos de nubes mostrados en la Fig. 3.4.

En el caso de la fotografía satelital fue necesario ajustar el contraste y la exposición de la imagen original, como se muestra en la Fig. 3.8, antes de convertir la imagen en escala de grises en una imagen binaria para definir las celdas con más mayor detalle y precisión. Cabe señalar que en esta como en el resto de las fases mostradas en la Fig. 3.4, se tomaron secciones de $500 \times 500 \text{ km}$ de fotografías satelitales cuya resolución es de 1 km por pixel.

Es importante señalar que en las Figuras 3.9 y 3.10 se determinó el límite en el eje del número de onda k en función de la resolución del mallado utilizado en la simulación. Aunque se puede aumentar la frecuencia de corte aumentando el número de puntos de la malla, resulta que los parámetros del modelo de Stechmann y Hottovy dependen del tamaño de celda. Por otro lado, la disminución de la resolución de los campos de nubes reales conduce a una imagen de Fourier de menor calidad. Por lo tanto, se recurrió a hacer una compensación entre mantener los parámetros originales del modelo Stechmann y Hottovy y la mejor resolución de los campos de nubes reales. Para lograrlo, se optó por usar unidades determinadas por la longitud (L = 500) en km del campo de espacio real y la resolución de la fotografía ($N_{píxeles} \times N_{píxeles} = 500 \times 500$), lo que da como frecuencia de corte $k_x = \pm \pi N_{píxeles}/L = \pm \pi [km^{-1}]$. Para la simulación, la malla tiene $N \times N$ puntos, lo que resulta en una frecuencia de corte $k_x = \pm \pi N/L = \pm \pi (N/500)[km^{-1}]$. De modo que para poder comparar ambos patrones, se hizo un acercamiento a los espectros de los campos de nubes reales en escala absoluta $(-\pi : \pi)$ para que los límites coincidieran con tales espectros de corte.



Figura 3.9: Vista lateral $(k_x - I/I_0)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de organización de nubes estudiadas en el modelo: a), e) celdas convectivas cerradas; b), f) paquetes de celdas cerradas (POCs); c), g) celdas convectivas abiertas y d), h) cúmulos de nubes superficiales. Los paneles a), b), c) y d) muestran los espectros de fotografías satelitales mientras que e), f), g) y h) los espectros de resultados del modelo estocástico lineal, ambas mostradas en la Fig. 3.4.

Los espectros de Fourier de cada régimen se muestran en la Figuras 3.9 y 3.10. Observando con detenimiento cada grupo de patrones (renglón) y cada fase (columna) se puede concluir lo siguiente: en el caso de las fotografías satelitales, los paneles a), b) y c) de la Fig. 3.9, que representan diferentes regímenes de convección celular, se observan las frecuencias espaciales dominantes, señaladas con flechas rojas, por efecto de una organización no observada en el modelo estocástico lineal. Por su parte, en los paneles correspondientes de la imagen 3.10 se observa un anillo circular, espectro característico de una teselación de Voronoi sobre un generador semiordenado formado por una red hexagonal con distorsión y defectos (13). Es decir, a diferencia de las celdas hexagonales presentes en la convección de Rayleigh-Benárd, en los patrones de nubes reales existe cierto desorden producido posiblemente por el efecto de forzamientos estocásticos que son una simplificación de turbulencia en flujos atmosféricos.

En tanto, los paneles e), f) y g) de ambas figuras muestras espectros sin frecuencias dominantes y por tanto, la falta de una estructura particular. En la Fig. 3.9 se aprecian deltas de Dirac que al ser comparadas con la Fig. 3.10 no solo comprueban la falta del espectro característico de algún patrón sino que hacen notorio el ruido presente en los resultados del modelo de Hottovy y Stechmann. Finalmente, en el caso del régimen de cúmulos de nubes superficiales, que no presentan una geometría particular, tanto en las imágenes satelitales (panel d) como en las



simulaciones (panel h) no es posible identificar frecuencias dominantes.

Figura 3.10: Vista superior $(k_x - k_y)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de organización de nubes estudiadas en el modelo: a), e) celdas convectivas cerradas; b), f) paquetes de celdas cerradas (POCs); c), g) celdas convectivas abiertas y d), h) cúmulos de nubes superficiales. Los paneles a), b), c) y d) muestran los espectros de fotografías satelitáles mientras que e), f), g) y h) los espectros de resultados del modelo estocástico lineal, ambas mostradas en la Fig. 3.4.

Capítulo 4

Modelo de difusión estocástica no lineal: Ecuación real de Ginzburg-Landau

Hottovy y Stechmann mencionan en los antecedentes de su modelo que aún cuando se pueden reproducir aspectos generales de los sistemas de convección usando una simplificación lineal tal y como ellos lo hicieron, la precipitación se modela típicamente como una componente no lineal de la dinámica del vapor de agua por lo que resulta inmediato considerar agregar características no lineales a la Ec. 3.5 y estudiar su efecto en las transición de fases entre regímenes de nubes.

En este contexto, dado que la mayoría de los modelos clásicos para las transiciones de fase son inherentemente no lineales, una dirección interesante a tomar es utilizar ideas y modelos de la mecánica estadística para comprender mejor las estadísticas de la nube y sus implicaciones para el clima. Sin embargo, simultáneo a la necesidad del aumento en estadística compleja de los sistemas convectivos, en este trabajo se propone el uso de la teoría de sistemas dinámicos no lineales para introducir algunas de las características adicionales observados en los patrones de nubes Sc.

Por ello, en este capítulo se plantea un modelo estocástico no lineal que recupera el propuesto por Hottovy y Stechmann pero que sustituye el término asociado a la precipitación por una aproximación no lineal basada en las observaciones de Peeters y Neelin sobre el comportamiento de criticalidad auto-organizada que presenta la precipitación (P) en relación a las concentraciones de vapor de agua (CWV). Para la deducción de dicho término, se proponen dos vías que introducen la no linealidad desde distintos enfoques de retroalimentación entre P y CWV.

4.1. Sistemas dinámicos no lineales

Los sistemas dinámicos no lineales exhiben, cuando tienen una extensión espacial significativa, la formación espontánea de patrones espaciales. Tales sistemas proporcionan modelos de cómo la naturaleza puede desarrollar estructuras espaciales ordenadas a partir de estados desordenados (51).

Es ahora cuando el concepto de parámetro de orden toma relevancia y resulta necesario introducirlo como parte de la descripción del modelo. Precisamente es este uno de los puntos más importantes propuesto en el trabajo de Stechmann y Hottovy: el reconocimiento de la columna de vapor de agua q como parámetro de orden en la formación de sistemas de nubes (51). A su vez, siguiendo con la Teoría de Ginzburg-Landau, F y D son los parámetros de ajuste que determinan la transición de fase del sistema.

Resulta importante introducir algunos conceptos básicos usados en la teoría de sistemas dinámicos no lineales para explicar con detalle en las secciones siguientes del capítulo la deducción propuesta para el modelo no lineal así como para entender algunos alcances del modelo lineal no mencionados hasta el momento.

4.1.1. El concepto de parámetro de orden

Consideremos un sistema de formación de patrones descrito por un vector de estado $p(\mathbf{r},t)$ que consiste en, por ejemplo, el campo de velocidad, el campo de temperatura y la presión en el caso del sistema Rayleigh-Bénard. En términos generales, este obedece a una ecuación de evolución en forma de la ecuación diferencial parcial dada por:

$$\frac{\partial p(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \mathbf{N}[\nabla, p(\mathbf{r},t)]$$
(4.1)

siendo N una función lineal. El comportamiento a largo plazo del vector de estado $p(\mathbf{r},t)$ de éste y otros sistemas sometidos a un proceso de formación de patrones puede representarse como una función de uno o varios parámetros de orden, denotado por $\Phi(\mathbf{r},t)$:

$$p(\mathbf{r},t) = Q[\Phi(\mathbf{r},t)]$$
(4.2)

De modo que en lugar de resolver las ecuaciones que describen el vector de estado $p(\mathbf{r},t)$, el comportamiento espacio-temporal del sistema queda determinado por una ecuación de evolución para el parámetro de orden $\Phi(\mathbf{r},t)$. En ocasiones, este puede estar directamente relacionado con una variable física observable, que en el caso de los patrones de Rayleigh-Bénard se puede asociar al campo de temperatura en un plano horizontal en la caja de convección. En general, la ecuación de evolución para el campo de $\Phi(\mathbf{r},t)$ toma la forma:

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = L(\Delta)\Phi(\mathbf{r},t) + N[\Phi(\mathbf{r},t)]$$
(4.3)

donde $L(\Delta)\Phi(\mathbf{r},t)$ denota el operador lineal y $N[\Phi(\mathbf{r},t)]$ el funcional no lineal que se aproxima por la expansión polinómica de $\Phi(\mathbf{r},t)$ en derivadas de bajo orden. Tal enfoque para la descripción de procesos de formación de patrones usualmente simplifica las ecuaciones de evolución, conduciendo a ecuaciones modelo.

La validez del concepto de parámetro de orden puede comprobarse en sistemas cercanos a inestabilidades, donde su comportamiento cambia cualitativamente. En tales situaciones, el parámetro de orden puede identificarse y su dinámica derivarse de las ecuaciones de evolución básicas. Por otro lado, la dinámica del parámetro de orden a menudo se puede establecer basándose en argumentos fenomenológicos combinados con consideraciones de simetría, como es el caso de la teoría de Ginzburg-Landau (40).

4.2. Deducción del término de precipitación no lineal

Siguiendo esta idea, se considera que el patrón formado por convección celular está descrito por un vector de estado $p(\mathbf{r},t)$ que en este caso corresponde a campos de velocidades, temperatura, presión y humedad que se traducen en campos de nubes. Su ecuación de evolución toma la forma general de una ecuación diferencial parcial 4.1. Para recuperar la ecuación lineal propuesta por Stechmann y Hottovy, en este modelo se identifica $\Phi(\mathbf{r},t) = q(\mathbf{r},t)$, es decir, como la CWV en cada columna de la red. Por lo tanto, en lugar de resolver las ecuaciones determinantes para el vector de estado $p(\mathbf{r},t)$, la evolución espacio-temporal está determinada por una ecuación para el campo de parámetro de orden (40).

El caso más simple es el mostrado en la Ec. 4.3. Haciendo una comparación con la Ec. 3.5, se puede identificar al operador $L(\Delta) \operatorname{con} \tau^{-1} + \nabla^2$ mientras que *D* y *F* son los parámetros ajustables que determinan la fuerza del forzamiento aleatorio y determinista generado por el forzamiento interno debido a procesos en la nube a pequeña escala y al forzamiento externo debido a flujos turbulentos a gran escala, respectivamente. La transición de la fracción de área de nubes (CAF) de un régimen de convección celular cerrado a uno abierto pasando por el régimen de paquetes de celdas abiertas (54) sigue entonces determinado por ambos parámetros.

Es importante discutir que el término ∇ incluido en la Ec. 4.3 como un operador lineal puede bien no serlo. Un ejemplo bien conocido es la ecuación de Swift-Hohenberg, que surge como una ecuación de parámetro de orden para la convección de Rayleigh (24, 107). En el siguiente capítulo esto se explicará en detalle.

Por el momento, sigamos con el modelo simple dado por la Ec. 4.3 para indicar cómo surgen los términos no lineales. Dado que el término de interés es la precipitación, se debe partir haciendo una revisión de datos observacionales y estudios numéricos recientes que han documentado cómo la relación entre precipitación y vapor de agua es crucial para la predicción de precipitación en el contexto de parametrizaciones convectivas. Peters y Neelin (83, 84) mostraron que hay un valor crítico q_c del CWV donde la precipitación media aumenta rápidamente como una ley de potencia aproximada, $\langle P \rangle \sim (q - q_c)^{\beta}$, para $q > q_c$. Siendo $\beta < 1$, la tasa de aumento de la precipitación disminuye para valores más altos de CWV, de modo que la variación de precipitación tiene un pico fuerte en el valor crítico q_c y luego disminuye (11, 48, 102).

Tal retroalimentación entre P y CWV se explora a continuación desde dos enfoques distintos. Por un lado, se recuperan datos observacionales que muestran un comportamiento no estudiado en el desarollo del modelo lineal: a valores altos de CWV la precipitación desciende despúes de llegar a un máximo, lo que se traduce en una dependencia del tiempo de relajación τ al parámetro de orden q. Por otro, se recurre a conceptos usados en el estudio del modelo de Ising para profundizar en su semejanza al modelo de Stechmann y Hottovy derivando en el uso del concepto de campo medio.

4.2.1. Enfoque observacional: Relación P-CWV

El tiempo de relajación τ^{-1} en el modelo original de Stechmann y Hottovy se tomó como una constante para todos los valores de $q(\mathbf{r},t)$ pero claramente esta suposición es solo una primera aproximación. En las siguientes secciones se hace una revisión de la afirmación anterior mostrando evidencias observaciones de la probabilidad de precipitación en función de la CWV para escalas de tiempo y espacio distintas.



Figura 4.1: Relación entre precipitación instantánea en función de la CWV observados en distintos intervalos de tiempo. Los valores de CWV (mm) se derivan de promedios de 15 minutos en Manacapuru, Brasil. a) Promedio espacial de la precipitación durante 3 horas ($mm h^{-1}$). Las barras de error representan el error estándar. (b) Fracción de observaciones con tasas de lluvia mayores a 0.5 $mm h^{-1}$. (c) Densidad de frecuencia de todos los puntos (señalados por ×) y puntos precipitantes con tasas de lluvia mayores a 0.5 $mm h^{-1}$ (señalados por \circ). Se utilizan mediciones de precipitación in situ y por radiómetro de la CWV desde el sitio GOAmazon con intervalos de promediación: 15 min (rojo), 1 h (amarillo), 3 h (verde) y diariamente (azul) (98).

4.2.1.1. Efectos del promedio temporal

Para explorar cómo el promediar sobre diferentes escalas temporales puede afectar las estadísticas que describen la transición a la convección profunda, se presenta en la Fig. 4.1 estadísticas promediadas en varios intervalos usando mediciones in situ de la precipitación y valores de CWV tomados por radiómetro desde el sitio GOAmazon. Se muestran cuatro intervalos promedio para este análisis: promedios de 15 min, 1 h, 3 h y 1 día. Estos intervalos fueron elegidos para ser más comparables con los resultados actuales de modelos y otras observaciones.

En la Fig. 4.1 a), la precipitación media (mmh^{-1}) en función de las concentraciones de CWV disminuye considerablemente a medida que aumenta el intervalo promediado. En todos los casos la precipitación aumenta al aumentar el CWV sin embargo, la curva de probabilidad en la Fig. 4.1 b) varía sustancialmente a medida que aumenta el tamaño del intervalo promedio: los promedios más grandes se recuperan antes y tienen una mayor probabilidad de precipitar para valores altos de CWV.

Esto puede explicarse por el hecho de que los promedios más largos son más propensos a abarcar períodos de lluvia que los promedios cortos. Por su parte, la forma general de la distribución se conserva con el promedio (Fig. 4.1 c), pero los valores medios y colas de la distribución para valores pequeños de CWV son menores. En general, estos resultados ilustran cómo las estadísticas varían con la resolución temporal lo que debe considerarse al aplicarlas como diagnósticos del modelo.

4.2.2. Efectos del promedio espacial

La relación entre la precipitación promediada espacialmente en un intervalo de 3 horas y los valores de CWV promedios cada 15 minutos se muestra en la Fig. 4.2 para $0.25^{\circ} \times 0.25^{\circ}$ (paneles a – c), $1.25^{\circ} \times 1.25^{\circ}$ (paneles d – f) y $2.25^{\circ} \times 2.25^{\circ}$ (paneles g – i). En los dos primeros casos, el valor de CWV al cual la precipitación comienza, denominado el valor crítico, corresponde a 60 *mm* cuyo error depende del instrumento usado pero es para todos los casos simular. Sin embargo, en $2.25^{\circ} \times 2.25^{\circ}$ este resultado comienza a deteriorarse, ya que la precipitación y el porcentaje de puntos precipitantes ocurren demasiado pronto en comparación con los otros casos. Estos resultados son alentadores, ya que sugieren que las resoluciones de hasta $1.25^{\circ} \times 1.25^{\circ}$ siguen siendo suficiente para reproducir estadísticas robustas que expliquen la relación precipitación-CWV, dado esta resolución temporal.

4. MODELO DE DIFUSIÓN ESTOCÁSTICA NO LINEAL: ECUACIÓN REAL DE GINZBURG-LANDAU



Figura 4.2: Relación entre precipitación instantánea en función de la CWV a distintas resoluciones. Los valores de CWV (mm) se derivan de promedios de 15 minutos en Manacapuru, Brasil. a) Promedio espacial de la precipitación durante 3 horas ($mm h^{-1}$). Las barras de error representan el error estándar. (b) Fracción de observaciones con tasas de lluvia mayores a 0.5 $mm h^{-1}$. (c) Densidad de frecuencia de todos los puntos y puntos precipitantes con tasas de lluvia mayores a 0.5 $mm h^{-1}$. Las tres gráficas se muestran para resoluciones horizontales de (a-c) $0.25^{\circ} \times 0.25^{\circ}$; (d-f) $1.25^{\circ} \times 1.25^{\circ}$; (g-i) $2.5^{\circ} \times 2..5^{\circ}$. Los valores de CWV para cada conjunto de análisis están dados en al escala de color mostrada a la derecha (98).

4.2.2.1. Ciclos estacionales y diurnos

La Fig. 4.3 presenta el inicio de la convección profunda en relación con los ciclos estacionales y diurnos a través del efecto de la precipitación y la altura de la cima de la nube en función de CWV. Las estadísticas se muestran tanto para la precipitación in situ como para la precipitación del radar de banda S, así como para CWV tanto del radiómetro de microondas como de las radiosondas. Es evidente que la tasa de lluvia media condicional y la altura de la cima de la nube, así como la probabilidad de precipitación superior a $0.5 \ mmh^{-1}$ y la altura de la cima de la nube superior a $8 \ km$, aumentan considerablemente con el CWV en los ciclos diurnos y estacionales (97).



Figura 4.3: Estadísticas del inicio de convección en diversos sitios y horas -se indica en la parte superior izquierda- para valores promedio de CWV de 12 *min* medidos por radiómetros y para valores de precipitación medidos in situ (estrellas azules), por radar dentro de una cuadrícula con celdas de 25 *km* (círculos verdes) y de 100 *km* (estrellas amarillas); y radar de banda W en la cima de la nube (equis) así como como valores de CWV medidos por radiosonda en relación a precipitación in situ promedio de 1 h (círculos azules). (Izquierda) La precipitación promedio en función de CWV. (Centro) Probabilidad de precipitación mayor que 0.5 *mm* h^{-1} . (Derecha) Densidad de probabilidad de CWV medida por radiómetro (cuadrados negros) y radiosonda (cuadrados grises), y de los puntos precipitantes para cada valor (colores) (97).

4. MODELO DE DIFUSIÓN ESTOCÁSTICA NO LINEAL: ECUACIÓN REAL DE GINZBURG-LANDAU



Figura 4.4: Gráfica de la precipitación media en función del CWV. La línea punteada corresponde a los datos de observación tomados de la Ref. (83), mientras que la línea continua indica el mejor ajuste a una relación no lineal propuesta en la ecuación. 4.6 usando la Ec. 4.4 más el parámetro Fasociado con el incremento o la reducción de la cantidad de agua. El tamaño de las barras de error es proporcional a la desviación cuadrática media, que aumenta según lo esperado para un sistema SOC.

Particularmente, se observa que en el caso del vapor de agua de la columna, justo arriba del punto crítico (cercano a 60 mm), la tasa de precipitación aumenta rápidamente a medida que aumenta la concentración de vapor de agua por columna. Sin embargo, después de esta fase de recogida inicial (hasta aproximadamente 65 mm), la tasa de aumento de la precipitación disminuye a medida que aumenta la CWV. Una clara tendencia a una saturación de la tasa de precipitación ocurre por encima de 65 mm y más aún a valores mayores. Tras este valor de saturación, la probabilidad de precipitación comienza a descender como se explicó anteriormente.

Entendido esto, es claro ver que en realidad, debe haber un valor de corte por encima de un cierto umbral de saturación de $q(\mathbf{r},t)$, como lo sugieren las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3, a partir del cual los valores de la probabilidad de precipitación comiencen a descender en vez de ser constantes.

Por lo tanto, es natural proponer que el tiempo de relajación depende del contenido de agua, *i.e.* $\tau = \tau(q(r,t))$. Luego, expandiendo $\tau(q(r,t))$ como un polinomio en q(r,t):

$$\tau(q(\mathbf{r},t)) = \tau_0 + \alpha q(\mathbf{r},t) + \beta q(\mathbf{r},t)^2 + \dots$$
(4.4)

Se observa que $\tau(q)\mathbf{r},t$) debe ser simétrico alrededor del umbral de precipitación máxima,

por lo cual se establece que $\alpha = 0$. Finalmente, reemplazamos la constante τ en la ecuación. 3.5 por,

$$\frac{1}{\tau_0} \to \frac{1}{\tau(q(\mathbf{r},t))} \approx \frac{1}{\tau_0} + \frac{\beta}{\tau_0} q(\mathbf{r},t)^2$$
(4.5)

Como se eñala más adelante, esto conduce a un modelo no lineal cuyo mecanismo de organización presenta una tendencia de auto mantenerse en un estado crítico en lugar de simplemente ser controlado por un parámetro externo. Gracias a este hecho, se propone la criticalidad auto-organizada (SOC) como la responsable de fenómenos críticos macroscópicos, como las estructuras organizadas asociadas con la convección atmosférica (130).

Este mecanismo de organización está respaldado por observaciones recientes que muestran, incluso cuando el sistema apenas excede q_c , como CWV tiende a decaer más lentamente hacia los valores más altos, lo que refleja el comportamiento de SOC (78, 83). Los mismos estudios muestran una invarianza de escala que sugiere una ley de escala (fractal) para la convección atmosférica y, además, una invariancia bajo promediación espacial que sugiere la aplicabilidad de grupos de renormalización (RNG) lo que también apoya el enfoque SOC. En la Fig. 4.4 mostramos el valor promedio del parámetro de orden $\langle P(q) \rangle$ en función del parámetro de ajuste $q(\mathbf{r},t)$; podemos observar el incremento de las barras de error, que representan los errores estándar, a medida que $q(\mathbf{r},t)$ también aumenta su valor.

Estas observaciones son evidencia de que $\tau(q)$ sigue la Ec. 4.5 y también, dan información sobre el signo del parámetro β redefinido como K a la vez que se agrega uno nuevo al término lineal $E\tau^{-1}$. En la Fig. 4.4 , la línea de puntos muestra la relación entre los valores de CWV promediados cada 15 *min* y la precipitación en horas cercanas al mediodía, que son las horas en que se presenta mayor convección durante el día (1400–2000 UTC) (96) mientras que la línea continua traza el mejor ajuste polinómico para términos de bajo orden de la ecuación 4.4.

Por lo tanto, utilizando los términos propuestos en la Ec. 4.5, la ecuación final toma la forma $N[\Phi(\mathbf{r},t)] = (E - Kq^2)\tau_0^{-1}$ de modo que el modelo no lineal queda dado por:

$$\frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} = b\nabla^2 q(\mathbf{r},t) + (E - K|q(\mathbf{r},t)|^2) \frac{1}{\tau_0} q(\mathbf{r},t) + D\dot{W} + F$$
(4.6)

usando los parámetros E > 0 y K < 0 como se muestra en la Fig. 4.4.

La interpretación física de tales términos más la constante F es la dinámica de la precipitación en función a la CWV. En este modelo, F conserva el significado dado en el caso lineal mientras que los dos nuevos elementos de la ecuación determinan un comportamiento distinto: un término de crecimiento capturado en $E\tau^{-1}q(\mathbf{r},t)$ y un término de saturación a través de $-K\tau^{-1}|q(\mathbf{r},t)|^2$). Al mismo tiempo, ambos cumplen el papel de la relajación por el término τ^{-1} que permite alcanzar un estado estadísticamente estacionario. Es de suma relevancia notar que el modelo resultante tiene la misma forma de los términos lineales y no lineales de la famosa ecuación de Ginzburg-Landau (10). Este resultado de comenta y analiza a detalle más adelante.

4.2.3. Enfoque comparativo: Modelo de Ising

En el modelo original de Stechmann y Hottovy, el tiempo de relajación τ_0^{-1} y el forzamiento F_0 se fijaron de tal manera que diferentes modelos de la relación P-CWV se ajustaran a los resultados observacionales de Peters y Nellin para la probabilidad condicional de precipitación. Siendo $r_{i,j}$ la tasa de precipitación para una celda en las coordenadas (i, j), se introducen a continuación dos de tales modelos. El primero es el modelo de tasa de precipitación propuesto por Betts y Miller (9),

$$r_{i,j} = |F_0|\sigma_{i,j} \tag{4.7}$$

mientras que el segundo es propio de Stechmann y Hottovy (50),

$$r_{i,j} = [|F_0| + q_{i,j}/\tau_0] \,\sigma_{i,j} \tag{4.8}$$

donde $\sigma_{i,j} = 1$ si $q \ge 0$, y $\sigma_{i,j} = 0$ en el caso contrario. Nótese que $\sigma_{i,j}$ es análogo a la variable de spin característica del modelo de Ising. Su función es señalar cuando q está por encima del umbral de precipitación q = 0 y con ello, que exista posibilidad de precipitación.

Si bien la probabilidad condicional de precipitación se puede obtener de la función de distribución de q, el modelo lineal no proporciona un umbral de retroalimentación debido a la precipitación en el término de fuentes y sumideros \overline{S} . En otras palabras, la precipitación se puede calcular a posteriori una vez que se resuelve el modelo, pero en el modelo lineal no entra en el cálculo. Requerimos que \overline{S} dependa de q.

Por lo tanto, para mejorar el modelo, uno debe incluir el hecho de que una vez que se alcanza el umbral de precipitación, indicado por la variable de spin $\sigma_{i,j}$, el término \overline{S} cambiará. De hecho, $\sigma_{i,j}$ se puede usar para derivar el Hamiltoniano de Ising equivalente al campo de nubes (50). Ahora viene la pregunta, ¿cuál es la opción más simple y natural para el término de retroalimentación de la precipitación? Siguiendo la analogía de Ising, se puede reemplazar la función de spines $\sigma_{i,j}$ por el campo medio de Ising conocido, $\overline{\sigma}(1 + tanh(q/T))/2$ con Tuna constante. Obsérvese cómo se desplaza el campo para tener $\sigma_{i,j} \approx \overline{\sigma} = 0$ para $q \to -\infty$ y $\overline{\sigma} = 1$ para $q \to \infty$. Esto da como resultado dos posibles tasas de precipitación promedio \overline{r} dependiendo del modelo utilizado,

$$\overline{r} \approx \frac{1 + tanh(q/T)}{2} |F_0| \tag{4.9}$$

ó,

$$\overline{r} \approx \frac{1 + tanh(q/T)}{2} \left[|F_0| + \frac{q}{\tau_0} \right]$$
(4.10)

Como la región de interés es aquella alrededor del umbral, es decir, cerca del modelo lineal, se puede expandir la tangente hiperbólica para obtener, utilizando la Ec. (4.9), el modelo más simple,

$$\bar{r} \approx \left(1 + \frac{q}{T} - \frac{1}{3}\left(\frac{q}{T}\right)^3 + \frac{2}{15}\left(\frac{q}{T}\right)^5 + \dots\right)\frac{|F_0|}{2}$$
(4.11)

Con lo que se genera un término no lineal capaz de modelar dinámicamente un umbral de precipitación. Aunque en principio solo se puede modificar el término de fuentes y sumideros en la Ec. (3.5) usando $\overline{S} \rightarrow \overline{S} - \overline{r}$, es necesario reconocer que \overline{S} también debe depender dinámicamente de q. Por ejemplo, la probabilidad condicional de aumentar q aumenta una vez que ocurre la precipitación (49, 59). Por lo tanto, queda abierta la posibilidad de tener una interacción entre las fuentes y los sumideros con el reemplazo $\overline{S} \rightarrow F_0 + D\dot{W} - \overline{r} + \overline{s}$ donde \overline{s} es una fuente dinámica promedio. El modelo más simple es asumir $\overline{s} \approx f\overline{r}$ donde f controla el peso relativo entre las pérdidas e incrementos de humedad, como la evaporación y la precipitación. El parámetro f permite una interacción entre dos tipos de regímenes no lineales, uno dominado por sumideros y el otro por fuentes.

Finalmente, ahora se puede incluir, hasta un tercer orden, los términos de fuentes y sumideros en la Ec. (3.5) para obtener el siguiente modelo no lineal construido a partir de la Ec. (4.9):

$$\frac{\partial q}{\partial t} = b\nabla^2 q + Eq - Kq^3 + D\dot{W} + F$$
(4.12)

donde las constantes están dadas por

$$E = \frac{1}{\tau_s} - \frac{1}{\tau_0}, \quad K = \frac{1}{3\tau_s T^2}, \quad F = \left(\frac{f+1}{2}\right)|F_0| \tag{4.13}$$

con,

$$\frac{1}{\tau_s} = \left(\frac{f-1}{2}\right) \frac{|F_0|}{T} \tag{4.14}$$

El modelo dado por la ecuación. (4.12) toma, como el primer enfoque, la misma forma de la cuación de Ginzburg-Landau dependiente del tiempo (10, 58), más un término de ruido estocástico. Esto coincide con la idea de que la mayoría de los modelos clásicos para las transiciones de fase son inherentemente no lineales (131) y, al mismo tiempo, satisfacen una de las condiciones del SOC: interacción no lineal, normalmente en forma de umbrales (116). En la Ec. (4.12), el parámetro de transición de umbral T y la relación f controlan el parámetro de tiempo τ_s . Este es un nuevo tiempo característico que compite con el tiempo de amortiguación τ_0 .

Además, se pude usar el modelo alternativo de precipitación de Stechmann-Hottovy dado por la Ec. (4.10). Considerando los términos de la expansión hasta q^3 , se obtiene un modelo
general que contiene el modelo de Ginzburg-Landau como un caso particular,

$$\frac{\partial q}{\partial t} = b\nabla^2 q + \frac{q}{\tau_s} + Gq^2 - Kq^3 + D\dot{W} + F$$
(4.15)

donde G esta definida como,

$$G = \frac{f - 1}{2T\tau_0},$$
(4.16)

La principal diferencia entre la Ec. (4.12) y (4.15) es el término cuadrático que desaparece en el modelo de precipitación derivado del modelo de Betts-Miller, lo que resulta en la ecuación de Ginzburg-Landau. Como es bien sabido, el término cuadrático en la esta ecuación no aparece debido a consideraciones de simetría.

En las siguientes secciones se estudia únicamente el modelo de Ginzburg-Landau, es decir, la Ec. 4.12, ya que los patrones resultantes del segundo modelo eran muy diferente a los campos de nubes reales.

4.3. Solución numérica

Para resolver numéricamente la Ec. 4.6 utilizamos el mismo método usado en la solución del modelo lineal así como dominios y rangos de parámetros equivalentes. Las condiciones espaciales usadas corresponden a una cuadrícula espacial discreta bidimensional en un dominio de *L* por *L* donde $L = 500 \ km$ dividido en una red *N* por *N* con N = 100 y un espaciado de red de $\Delta x = \Delta y = 5 \ km$. Para esta simulación, las condiciones de frontera e iniciales se consideraron nuevamente periódicas y aleatorias, respectivamente. Se definió $q_{i,j}(t)$ como la CWV total y $W_{i,j}(t)$ como el ruido blanco en la columna (i, j) en la capa atmosférica para i, j = 1, ..., N. El parámetro de tiempo, por su parte, fue discretizado por el mismo intervalo temporal con tamaño de paso $\Delta t = 0.01h$ en un tiempo total T = 100h en que se alcanza el estado estacionario, como se verá más adelante.

La discretización conserva la misma forma mostrada en la Ec. 3.10 más los términos propios de la expansión no lineal como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial q_{i,j}(t)}{\partial t} \approx b_*[q_{i+1,j}(t) + q_{i-1,j}(t) + q_{i,j+1}(t) + q_{i-1,j}(t) - 4q_{i,j}(t)] - \frac{1}{\tau} q_{i,j}(t) \left[E - K q_{i,j}(t) * q_{i,j}(t) \right] + D_* W_{i,j} + F$$
(4.17)

En tanto a los parámetros usados, *b* conserva el mismo valor propuesto para Hottovy y Stechmann (51) mientras que se exploraron diferentes valores para F y D dentro del rango y la escala presentadas en el modelo lineal; es decir, del orden de 10^2 , encontrando así los

regímenes observados en la Fig. 4.5. La dinámica del segundo y tercer término en la Ec. 4.6, cuya interpretación física es la relación de la precipitación con la CWV, está definida por los parámetros E y K cuyos valores se exploraron a diferentes escalas hasta establecer que la usada en las simulaciones de la Fig. 4.3 cuyos valores permitieron la formación de los patrones mostrados.



Figura 4.5: Las cuatro fases características de organización en nubes superficiales: Sc organizados en celdas cerradas, paquetes de celdas abiertas rodeadas de celdas cerras (POCs), celdas abiertas y cúmulos superficiales. Se presentan fotografías satelitales en los paneles a-d, simulaciones generados por el modelo de Hottovy y Stechmann (Ec. 3.5) en los paneles e-h y simulaciones producto del modelo no lineal (Ec. 4.6) en los paneles i-l. Las fotografías satelitales de los campos reales se tomaron de la base de datos del Espectrorradiómetro de Imágenes de Resolución Moderada (MODIS) y de la base del Servidor de Satélite Geoestacionario (GOES).

4.4. Régimenes de nubes como transiciones de fase

Los resultados de la solución numérica del modelo se muestran en la Fig. 4.5i)-4.5l). Como en las simulaciones del modelo lineal mostrado en el segundo renglón, se observan los cuatro

regímenes de organización de la nube mostrados en las fotografías satelitales de la Fig. 4.5a)-4.5d) en el mismo orden.

Siguiendo el orden presentado en el modelo de Hottovy y Stechmann, se presenta un análisis de la estabilidad de la variable $q(\mathbf{r},t)$. Como en este caso no se conocen las funciones analíticas de los momentos estadísticos, se calcula numéricamente el valor medio de dicha variable para las simulaciones de los cuatro regímenes antes de recurrir a la función de discretización $\sigma(\mathbf{r},t)$. Los resultados se presentan en las gráficas de la Fig. 4.6 así como el perfil espacial de $q(\mathbf{r},t)$ propio de cada fase.

4.4.1. Momentos estadísticos de la fracción media de nube

Una vez mostrada la evolución temporal del sistema, para visualizar las transiciones de fase del modelo no lineal, se propone un diagrama de fases en el que se identifica el cambio entre los regímenes de nubes mostrados en la Fig. 4.5 en dependencia a los parámetros F y D del modelo. Una vez más, los primeros momentos estadísticos de $\sigma(x, y, t)$ para estados estacionarios se calculan numéricamente aplicando la definición de valor medio y desviación estándar para sistemas discretizados. Ambos diagramas se observan en la Fig. 4.7 indicando las regiones de combinaciones de los parámetros de ajuste que permiten la formación de cada fase. El resto de los parámetros de la Ec. 4.6, i.e., b, τ , E y K se fijan con los valores mencionados anteriormente para tener un espacio bidimensional.

Analizando las fases de la Fig. 4.5 a-b, como en el caso lineal, se puede identificar que el régimen de celdas cerradas corresponde a valores de F > 0 en los que $\langle CAF \rangle \approx 1$ que corresponde a una cobertura de nubes esencialmente completa; por su parte, el régimen de celdas abiertas corresponde a F < 0 donde $\langle CAF \rangle \approx 0$ que representa una cobertura de nubes casi nula.

De igual modo, entre los regímenes de celdas abiertas y cerradas, para valores de $F \approx 0$ se puede observar una transición rápida en la fracción media de la nube propia de la formación de POCs en los que $\langle CAF \rangle$ toma valores intermedios entre 0 y 1.

El parámetro *D*, por su parte, adopta valores relativamente pequeños para los regímenes celulares con la particularidad de que solo en la región comprendida entre 2 y 11 $mm * km h^{-1}$ se observan transiciones entre patrones como las mostradas en la Fig. 4.6. Es a su vez notable que aunque existe una aparente simetría en el diagrama de fase con respecto al eje $D \approx 5$ $mm * km h^{-1}$, la formación y transición entre celdas abiertas y cerradas es más evidente para valores de *D* próximos al límite superior de patrones celulares.



Figura 4.6: Gráfica del promedio de las simulaciones de q(x,y) calculado numéricamente en estados estacionarios del modelo para cada uno de los regímenes de nubes superficiales descritos en el modelo estocástico de la Ec. 4.6. (a) Convección de celdas cerradas (CCC) (b) Paquetes de celdas abiertas (POCs) (c) Convección de celdas abiertas (OCC) (d) Cúmulos de nubes superficiales (SC). Se agrega el perfil espacial de q(x, y) propio de cada régimen.

Para valores de D en los límites y fuera de esta región se observan dos comportamientos: i) cuando D < 2 mm * km la variabilidad del agua atmosférica es pequeña por lo que las formaciones de nubes resultan constantes sin seccionamientos ni formación de cúmulos lo cual las aproxima más a coberturas de nubes superficiales uniformes sin patrones particulares; ii) cuando D > 11 mm * km, la variabilidad y por tanto, la turbulencia es mayor dando lugar a la aparición de cúmulos irregulares sin una formación ni distribución particular, como en el caso de cúmulos de nubes superficiales y de fases no robustas. En ambas regiones, el valor de F pierde sensibilidad por lo que la fracción de área promedio cercano a 0.6 es prácticamente igual en todo valor de D.

4. MODELO DE DIFUSIÓN ESTOCÁSTICA NO LINEAL: ECUACIÓN REAL DE GINZBURG-LANDAU



Figura 4.7: Diagrama de fases de los regímenes de nubes superficiales descritos en el modelo estocástico de la Ec. 4.6. (a) Diagrama de superficie de la fracción de área promedio de la nube, $\overline{\sigma}(x, y, t)$, en función de la variabilidad, D, y el efecto neto de fuentes y sumideros, F calculada numéricamente. Las letras en rojo señalan las regiones en que se presenta cada régimen mientras que las siglas en azul muestran la región de fases no robustas. (b) Vista cenital de la Fig. 4.7 a. Las simulaciones muestran las regiones características de cada formación. (c) Diagrama de la desviación estándar de CAF en calculada numéricamente en función de D y F.

Observando y explorando las regiones presentes en los diagramas de la Fig. 4.7, se seleccionaros los valores de los parámetros D y F en los que se forma cada régimen. Las simulaciones en la Fig. 4.5 resultan de usar las combinaciones mostradas en la Tabla 4.1.

La implementación de este modelo arroja resultados alentadores en la descripción de patrones de nubes mediante la Teoría de sistemas no lineales. Es notorio que la estructura de los tres regímenes celulares (Fig. 4.5 paneles a-c) adopta una distribución más homogénea en todo el dominio aún cuando no se presenta con claridad la formación de celdas convectivas. A pesar de esto último, se observa: i) en las celdas cerradas, fronteras de atmósfera libre que si bien no presentan percolación, rodean campos de nubes y ii) para celdas abiertas, piscinas de cielo abierto rodeadas por trazas de nubosidad. Sin embargo, la formación de POCs es quien exhibe un mayor refinamiento pues logra definir con claridad las regiones de celdas abiertas en medio de campos de celdas cerradas, como se puede ver comparando los paneles b) y j) en la Fig. 4.5.

	Régimen	Celdas	Paquetes de	Celdas	Cúmulos de
Parámetro		cerradas	celdas abiertas	abiertas	nubes superficiales
$F \ [mm \ h^{1/2}]$		1	0.2	-1	-0.4
$D \left[mm * km \ h^{-1}\right]$		8.5	9	8.5	10.75

Tabla 4.1: Tabla con los valores de los parámetros F y D usados en cada régimen del modelo 4.6

En tanto, el régimen de cúmulos de nubes superficiales y el no robusto se distinguen por la falta de una estructura característica, como se observa en la Fig. 4.5 panel l y en la Fig. 4.7 panel b). En el caso de cúmulos no ordenados, se observa la presencia de pequeños paquetes de nubes distribuidos en todo el espacio y separados entre sí pero sin presentar una distribución clara; para su formación, F toma valores negativos, como en el modelo lineal, mientras que Dse aproxima a los valores límites superiores de la región celular. El régimen no robusto una vez más presenta un $\langle CAF \rangle$ mayor al caso anterior lo que genera la pérdida de cúmulos de nubes y da lugar a una cobertura nubosa más conectada e uniforme en todo el dominio aunque sin la presencia de un orden particular; esta fase toma valores de F cercanos a 0 pero a diferencia del resto, se forma para los mayores valores de D por lo que en ellos la turbulencia es más significativa.

El segundo momento, observado en el panel c de la Fig. 4.7, da información adicional sobre la dinámica de cada fase en relación a la variabilidad de los valores que adopta CAF. En la región correspondiente a fases celulares, los regímenes de celdas abiertas y cerradas adoptan valores de desviación estándar pequeños en comparación con la zona de transición en que se observa la aparición de POCs. En esta región es notorio el abrupto incremento de la desviación estándar de CAF entre uno y otro régimen celular.

Las combinaciones ajenas a la región de formación celular presentan la desviación estándar máxima del diagrama por lo que los patrones sin una organización característica forman coberturas nubosas menos homogéneas, con zonas cubiertas de nubes en medio de capas atmosféricas sin humedad.

Con este segundo momento es posible determinar cuán homogéneas son las estructuras formadas en cada régimen. Su cálculo se presenta como una alternativa al cálculo de la susceptibilidad de CAF a los parámetros F y D mostrada analíticamente en el modelo lineal.

4.4.1.1. Análisis de sensibilidad de parámetros

La sensibilidad de las simulaciones a los cambios en el resto de los parámetros del modelo b, τ y Δx así como de los parámetros de los términos no lineales E y K se discutirán brevemente ya que las variaciones en D y F se presentaron en las secciones anteriores. Brevemente, los resultados son estables únicamente para un limitado rango de valores de Δx y en valores de b y τ dentro del mismo orden de magnitud de los mostrados en la Tabla 4.1.

Considerando cada parámetro, los cambios en Δx tienen un efecto de suma importancia en los resultados y sobre el resto de los parámetros del modelo. Como en este el análisis fue numérico, para probar el efecto de variaciones en Δx se intentaron reproducir las simulaciones de la Fig. 3.7 pero a diferencia del modelo lineal, en el caso no lineal estas pequeñas variaciones en el espaciado de la cuadrícula arrojaron patrones distintos a los esperados de modo que fue necesario ajustar los valores de los parámetros del modelo *E* y *K* para recuperar las formaciones mostradas en la Fig. 4.5 y variar los valores de *D* y *F* para definir con mayor claridad las formaciones como se hizo con la Δx inicial.

Para ilustrar esto, la Fig. 4.8 muestra simulaciones del régimen de celdas cerradas en distintas dimensiones de la cuadrícula utilizando parámetros ajustados a cada tamaño de celda para valores de $\Delta x > 5 \ km$. Si bien es cierto que las simulaciones presentan estructuras similares a las mostradas en el panel a) con detalles a escalas menores, fue necesario modificar los parámetros usados. En este caso, para mallados con $\Delta x < 2.5 \ km$, es decir, con N > 200 el modelo comienza a ser inestable y cada vez más sensible a valores de Δx por lo que se optó por mostrar solo los resultados estables mostrados en la Fig. 4.8.

Respecto a la sensibilidad de los resultados a cambios en τ y b, las pruebas numéricas realizadas muestran la dependencia de los patrones a estos valores a partir de cambios de órdenes de magnitud. Variaciones de al menos un orden en ambos parámetros muestran patrones completamente distintos a los de la Fig. 4.5. Sin embargo, si se hicieran cambios en los valores de b y τ dentro del mismo orden de magnitud usado hasta ahora, sería necesario reescalar el resto de los parámetros del modelo para conservar la proporción entre ellos y recuperar las fases y su transición. Este corto análisis demuestra la importancia de conservar los parámetros dentro del rango de valores tomado de mediciones y observaciones de campos de nubes Sc, como se mencionó a detalle en la descripción del modelo lineal.

Finalmente, la sensibilidad del modelo a los parámetros E y K se ejemplifica en los paneles b) y c) de la Fig. 4.8. En ellos, se muestran simulaciones para tamaños de celda $\Delta x = 2.5 km$ con diferentes valores de E y K a los indicados en la Tabla 3.1; con el fin de visualizar el cambio en los patrones formados, se hizo una exploración de ambos términos modificando su valor de modo que, como se ilustra en la Fig. 4.8, aún cuando la estructura es la misma el patrón del panel c) tiene mayor detalle y muestra estructuras más finas y de menor tamaño al patrón del panel b). Los cambios en la estructura se deben a que los valores E y K en b) son mayores a los de c).



Figura 4.8: Simulaciones del régimen de celdas de convección cerradas para dos diferentes dimensiones de cuadrícula Δx en dominios iguales (L = 500 km). (a) N = 100, $\Delta x = 5 \text{ km}$ usando los mismos valores de los parámetros del modelo 3.5. b) N = 200, $\Delta x = 2.5 \text{ km}$ con diferentes valores de los parámetros E y K a) los usados en a y entre sí.

4.5. Análisis de la estructura espacial de los patrones de nubes

A diferencia del caso lineal, el modelo no lineal presenta a primera aproximación una estructura más organizada y similar a los campos de nubes reales aunque sigue siendo evidente la falta de celdas definidas para los regímenes de convección celular. Como en el modelo anterior, se recurre a la transformada espacial de Fourier de los patrones de salida del modelo mostrados en la Fig. 4.5 para hacer una comparación con el modelo lineal y las fotografías satelitales.

Haciendo las mismas consideraciones respecto a las escala de k mencionada en el caso lineal, los espectros de Fourier de cada régimen se muestran en la Figuras 4.9 y 4.10. Observando cada grupo de patrones (renglón) y cada fase (columna) y haciendo la comparación entre modelos y respecto a los patrones reales se concluye lo siguiente: los paneles i), j) y k) de la Fig. 4.10, propios de regímenes celulares, muestran espectros con frecuencias dominantes cercanas a las mostradas en los paneles a), b) y c) una vez más señalada con flechas rojas; sin embargo, de los mismos espectros vistos en el plano $k_x - k_y$ en la Fig. 4.9 es evidente la falta de una estructura celular en patrones del modelo no lineal.

En el caso de los régimenes de celdas cerradas y abiertas, aún cuando se aprecian frecuencias a casi la misma distancia del origen -señaladas con flechas naranjas-, estas no son suficientes para formar anillos como en el caso de los campos reales aunque su presencia indica la formación de un patrón, a diferencia de los paneles e) y g) en los que se aprecian deltas de Dirac características de ruido blanco. Por su parte, el panel j), que muestra el espectro del régimen con formación de POCs del modelo no lineal, en la Fig. 4.10 no presenta una mejora significativa respecto al modelo lineal sin embargo, es claro en la Fig. 4.9 la aparición de frecuencias dominantes en respuesta al patrón del panel j) mostrado en Fig. 4.5.



Figura 4.9: Vista lateral $(k_x - I/I_0)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de organización de nubes estudiadas en el modelo: a), e) celdas convectivas cerradas; b), f) paquetes de celdas cerradas (POCs); c), g) celdas convectivas abiertas y d), h) cúmulos de nubes superficiales. Los paneles a), b), c) y d) muestran los espectros de fotografías satelitales mientras que e), f), g) y h) los espectros de resultados del modelo estocástico lineal, ambas mostradas en la Fig. 4.5.

En el caso del régimen de cúmulos de nubes superficiales sin orden particular, tanto en las imágenes satelitales (panel d) como en las simulaciones del modelo lineal (panel h) y del modelo no lineal (panel l) no hay presencia de frecuencias dominantes por la falta de estructura como en el caso de los regímenes celulares.



Figura 4.10: Vista superior $(k_x - k_y)$ de la transformada de Fourier de las cuatro fases de organización de nubes estudiadas en el modelo: a), e) celdas convectivas cerradas; b), f) paquetes de celdas cerradas (POCs); c), g) celdas convectivas abiertas y d), h) cúmulos de nubes superficiales. Los paneles a), b), c) y d) muestran los espectros de fotografías satelitales mientras que e), f), g) y h) los espectros de resultados del modelo estocástico lineal, ambas mostradas en la Fig. 4.5.

Capítulo 5

Modelo estocástico de Swift-Hohenberg

A pesar de que los modelos no lineales ya muestran mucha más organización, en la Fig. 4.5 es claro que los campos de nubes reales aún pueden estar mucho más organizados. El siguiente paso natural es cambiar $L(\Delta)$ por un operador no lineal para el cual se recurre al formalismo de ecuaciones de amplitud utilizado para muchos tipos de sistemas de formación de patrones (21, 110).

El método para derivar el operador no lineal se ha descrito varias ocasiones en otros trabajos; brevemente, consiste en una expansión de la solución a la ecuación de amplitud completa escribiendo el término principal de esta expansión como el producto de una amplitud que varía lentamente y una solución crítica de las ecuaciones de movimiento linealizadas que, en el caso de Rayleigh-Bénard, corresponde a un número de onda crítico k_c (22, 110). De modo que, sutituyendo la expansión de N[q] en la Ec. (4.12), se recupera la ecuación estocástica de Swift-Hohenberg.

En la primera parte de este capítulo, se hará una breve introducción teórica a dicha ecuación mientras que en las siguientes secciones se explicarán las particularidades del modelo en su aplicación en la descripción de patrones de nubes Sc.

5.1. Ecuación de Swift-Hohenberg

Presentada por primera vez en 1976 por Jack B. Swift y Pierre Hohenberg [SH] como un modelo simple para describir la inestabilidad de Rayleigh-Benard en el régimen de formación de rollos, la Ec. de SH es una ecuación fundamental en el estudio de la formación de patrones espacio-temporales en sistemas extendidos. Desde su aparición, ha demostrado ser una ecuación modelo efectiva en una variedad de sistemas físicos, químicos, biológicos y otros sistemas naturales (30).

La Ec. de SH es la ecuación de evolución del campo de un parámetro de orden real $\psi(x,t)$ asociado a un sistema gradiente y toma la forma:

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \left[\varepsilon - (k_c^2 + \Delta)^2\right] \psi(\mathbf{r},t) + g\psi(\mathbf{r},t)^2 - \psi(\mathbf{r},t)^3$$
(5.1)

donde $\varepsilon, g \in R$ siendo ε un parámetro de control y k_c una constante. Tomando $\phi(\mathbf{r},t) \in R$, $\mathbf{r} = (x,y) \in R^2$ y $t_0 \ge 0$, $\Delta \phi = \partial_x^2 \psi(\mathbf{r},t) + \partial_y^2 \psi(\mathbf{r},t)$ para el laplaciano. El término cuadrático $g \psi(\mathbf{r},t)^2$ rompe la simetría $\psi \to -\psi$ y es necesario para obtener patrones hexagonales estables. Es importante notar que la ecuación de Swift-Hohenberg es invariante con respecto a las rotaciones del sistema de coordenadas así como a las reflexiones.

Los patrones muestran, tras el inicio de inestabilidad, como cada modo con un número de onda k en un anillo $|k| \sim k_c$ se amplifica para algunos números de onda críticos $k_c > 0$. Descomponiendo el campo del parámetro de orden en ondas planas:

$$\boldsymbol{\psi}(\mathbf{r},t) = \sum A_k(t) \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$
(5.2)

El comportamiento temporal de las amplitudes $A_k(t)$, restringiendo el tiempo a una evolución lineal, está descrito por la exponencial:

$$A_k(t) = e^{\sigma(k)t} A_k(0) \tag{5.3}$$

Las tasas de crecimiento deben ser positivas para amplitudes con $|k| \sim k_c$, mientras que para las otras amplitudes debe ser negativo. Debido a la simetría rotacional, 5.3 es una función de k = ||k|| de modo que tomando en cuenta esta propiedad, la relación de dispersión queda dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}(k) = \boldsymbol{\varepsilon} - \left[k_c^2 - \mathbf{k}^2\right]^2 \tag{5.4}$$



Figura 5.1: Tasa de crecimiento de la inestabilidad 5.4 donde $\sigma(k)$ se muestra como una función de para tres valores del parámetro de control ε . Solo se traza la región de la curva cercana a la tasa de crecimiento máximo. El valor de ε cuando este valor máximo pasa a través de cero coincide con el número de onda crítico k_c (22).

La tasa de crecimiento en dependencia al vector de onda k se representa en la Fig. 5.1 para distintos casos en función del parámetro de control ε . Para $\varepsilon < 0$, la tasa de crecimiento para los valores de k es negativa y el parámetro de orden $\psi(\mathbf{r},t)$ tiende a cero bajo la evolución de la ecuación lineal 5.4. Para $\varepsilon > 0$, las perturbaciones de los vectores de onda k con valor absoluto $k \approx k_c$ tiene una tasa de crecimiento $\sigma(k)$ positiva que indica el crecimiento exponencial de los modos correspondientes en el tiempo (40).

Consideramos un dominio bidimensional, todos los modos cuyo valor absoluto del número de onda k se encuentra dentro del anillo de ancho $\approx \sqrt{\varepsilon}$ cercano a k_c , es decir, $|k_x^2 + k_y^2 - k_c| \sim \sqrt{\varepsilon}$ presentan inestabilidades lineales de tipo I (23). La solución de la Ec. 5.4 es entonces una superposición de todos estos modos dados por la condición inicial.



Figura 5.2: Diagrama de bifurcación de la ecuación de Swift-Hohenberg fijando *g* cercano a cero. Las líneas continuas corresponden a patrones estables mientras que las líneas discontinuas a patrones inestables. La bifurcación de hexágonos en el nodo silla se produce para $\varepsilon_{sn} = -g^2/60$, la bifurcación tridente en soluciones de modos mixtos de rollos para $\varepsilon_{pf} = g^2/3$, y la bifurcación transcrítica de modos mixtos/ hexágonos falsos y hexágonos en $\varepsilon_{tc} = 4g^2/3$ (30).

Las ecuación de amplitud 5.1 posee varios tipos de soluciones que describen diferentes patrones de formación para valores de parámetros apropiados. La Fig. 5.2 resume en un diagrama de bifurcación el análisis matemático de la Ec. de SH en el que es posible identificar los valores del parámetro ε en que se forma cada tipo de patrón. Este diagrama se tomó como referencia para definir los valores de la Tabla 5.1.

En vista de lo anterior, considerando la ecuación 4.12, al recuperar la expansión no lineal del laplaciano N[q] y conservando los términos de forzamiento estocástico y determinista, finalmente se llega a la expresión:

$$\frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \left[\varepsilon - (k_c^2 + \Delta)^2\right] q(\mathbf{r},t) + gq(\mathbf{r},t)^2 - q(\mathbf{r},t)^3 + F + D\dot{W}$$
(5.5)

Las soluciones de la Ec. (5.5) todavía están en proceso de investigación (34). Esta es la forma general, y probablemente el modelo más simple en el desarrollo de la teoría de las ecuaciones de amplitud de Ginzburg-Landau (30). De hecho, el modelo de Ginzburg-Landau podría recuperarse reescalando las largas escalas espaciales y de tiempo (56, 94, 110).

5.2. Solución Numérica

Para resolver numéricamente la ecuación 5.5 se recurre a los métodos y condiciones propuestas por S. Sánchez Pérez-Moreno et al. (82). El dominio cuadrado nuevamente tiene una longitud de L = 500 km a cada lado dividido, esta vez, en una red N por N con N = 200 y un espaciado de red de $\Delta x = \Delta y = 2.5 \text{ km}$. Las condiciones de frontera e iniciales para los dos primeros pasos temporales son las usadas en los modelos pasados. El parámetro de tiempo se discretiza al tamaño de paso $\Delta t = 0.01 \text{ h}$ usado anteriormente a un tiempo total de T = 200 hpara el patrón hexagonal y T = 500 h para el tubular, tiempo al cual los estados son estacionarios y se forman con claridad los patrones.

Respecto a la discretización usada, para resolver la Ec. 5.5 se reduce la ecuación diferencial de cuarto orden al sistema de dos ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas mostrado a continuación:

$$\phi = \Delta q \tag{5.6}$$

$$\frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} = -2\phi - \Delta\phi + \left[\varepsilon - k_c^4\right]q(\mathbf{r},t) + gq(\mathbf{r},t)^2 -q(\mathbf{r},t)^3 + F + D\dot{W}$$
(5.7)

Se usó el método de diferencias finitas (FDM) para resolver las ecuaciones 5.6 y 5.7 a segundo orden de precisión. La derivada del tiempo se aproximó por diferencias finitas hacia atrás a través de una expansión en serie Taylor de segundo grado de donde se puede ver en (82) que la solución de $q_{i,j}$ al tiempo t = n depende de $q_{i,j}$ a dos pasos de tiempo anteriores. Por su parte, el operador laplaciano fue aproximado por diferencias finitas centrales como se muestra en la Ec. 3.10. Finalmente, el término no lineal al tiempo n se aproximó de la forma:

$$gq^{2} - q^{3} \approx 2g(q_{i,j}^{n-1})^{2} - 2(q_{i,j}^{n-1})^{3} - g(q_{i,j}^{n-2})^{2} + (q_{i,j}^{n-2})^{3}$$
(5.8)

En tanto al método iterativo usado, dado que la Ec. de SH es una ecuación diferencial parcial de cuarto orden, para lograr la estabilidad numérica independientemente de los tamaños de paso espacial y temporal se recurre a un método de sobre-relajación sucesiva (SOR). Reescribiendo $q_{i,j}^n$:

$$q_{i,j}^{n} = F(q_{i,j}^{n-1}, q_{i,j}^{n-2}, q_{i+1,j}^{n}, q_{i-1,j}^{n}, q_{i+2,j}^{n}, q_{i-2,j}^{n})$$
(5.9)

El método iterativo se implementa como sigue:

$$(q_{i,j}^n)^k = (1w)(q_{i,j}^n)^{k-1} + wF(q_{i,j}^{n-1}, q_{i,j}^{n-2}, q_{i+1,j}^n, q_{i-1,j}^n, q_{i+2,j}^n, q_{i-2,j}^n)$$
(5.10)

donde k es el paso de iteración y 1 < w < 2 el factor de relajación. Los parámetros usados en las simulaciones de la Ec. 5.5 mostradas en las Figuras 5.3 y 5.4 se especifican en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Tabla con los valores de los parámetros del modelo 5.5 usados en los patrones de las Figuras 5.3 y 5.4.

Parámetro	Convección	Convección		
1 ar annetro	tubular	celular		
g	0	1		
ε	0.3	0.1		
F	0.25	0.1		
D	0.3	0.15		
k _c	1.2	1.3		
Δt	0.01 h			
Δx	2.5 km			
W	1.3			
k	15			
L	500 km			
N	200			



Figura 5.3: Transformada de Fourier del régimen de celdas cerradas. Los paneles en la columna izquierda muestran el patrón celular tomado de a) fotografía satelital, c) modelo de Stechmann y Hottovy, e) modelo estocástico no lineal y h) modelo estocástico de Swift-Hohenberg. En la columna central y derecha se presentan los espectros de Fourier de cada patrón en los planos $I/I_0 - k_x$ y $k_x - k_y$, respectivamente. Se puede identificar en los paneles b) y k) una frecuencia dominante indicada por flechas rojas. Obsérvese que las frecuencias espaciales máximas de k_x en los paneles e), h) y k) están determinadas por la resolución de la cuadrícula utilizada en la simulación. La fotografía satelital se tomó de la base de datos del Espectrorradiómetro de Imágenes de Resolución Moderada (MODIS).

5.3. Régimenes de convección a mesoescala

En la Fig. 5.3 g) y 5.4 c) se muestra la formación de dos patrones particulares observados tanto en la convección de Rayleigh-Bénard celdas hexagonales y rollos. Ambas han sido identificados como formas de organización en Sistemas Convectivos Complejos y su formación como resultado del modelo 5.5 depende del parámetro g quien controla el peso del término cuadrático. En el modelo, la interpretación de este término puede estar ligado al gradiente de temperatura en la superficie del mar descrito en la Fig. 2.3.

En este modelo no se reprodujeron los 4 regímenes de organización como se hizo en los casos anteriores sin embargo, fue posible reproducir la fase de celdas cerradas con mayor precisión así como el régimen de convección tubular que es también patrón de organización importante.

5.3.1. Convección celular

En la Fig. 5.3 se compara el patrón de celdas cerradas del modelo de SH con los resultados de los dos modelos anteriores así como con campos de nubes reales. En los paneles a) y j) se pueden ver las similitudes entre ambos patrones: la formación de celdas definidas con organización hexagonal con la particularidad de que, por efecto de los términos de forzamiento en la Ec. 5.5, se observa la formación de cúmulos alargados como los que en el panel a) pueden identificarse. La diferencia principal entre ambos patrones radica en la falta de efectos de frontera entre las celdas convectivas que permitan reproducir la cobertura de los campos reales.

Como se ha hecho, el análisis de las simulaciones se ilustra en los espectros de Fourier en la segunda y tercer columna de la Fig. 5.3 en dos planos distintos. En los paneles b) y k) es posible observar, señaladas con flechas rojas, las frecuencias dominantes de ambos patrones quienes, a diferencia del modelo no lineal mostrado en el panel h), se encuentran mucho más próximas entre sí. En este plano se puede identificar una frecuencia principal conectada por otras de menor amplitud lo que, como se observa en los paneles c) y l), refleja simetría radial. Este espectro es característico de patrones celular con defectos y no muy ordenados como resultado de los forzamientos agregados ya que el ruido genera diferentes tamaños de celdas sin un orden hexagonal en todo el dominio.

5.3.2. Convección tubular

El régimen de convección tubular se muestra en la Fig. 5.4. En los paneles a) y d) es claro que el patrón del modelo de SH presenta rollos como los mostrados en las fotografías satelitales e incluso presenta bifurcaciones como las indicadas dentro de círculos azules. Los espectros de Fourier en los paneles b) y e) indican, con flechas rojas, frecuencias dominantes con de valor similar. En el plano $k_x - k_y$, paneles c) y f), es posible ver con mayor claridad que tales frecuencias presentan simetría axial lo que coincide espectros de líneas paralelas periódicas.

En este caso, la diferencia central es el hecho de que los rollos no son completamente homogéneas sino que tienen diferentes anchos entre sí y a lo largo de su extensión; de igual modo, no son completamente rectos sino que siguen la dirección de la cizalladura del viento.



Figura 5.4: Transformadas de Fourier en patrones de convección horizontal. Los paneles en la columna izquierda muestran el patrón de convección horizontal tomado de a) fotografía satelital y c) modelo Swift-Hohenberg. En la columna central y derecha se presentan los espectros de Fourier de cada patrón en los planos $I/I_0 - k_x$ y $k_x - k_y$, respectivamente. Se puede identificar en los paneles b) y e) una frecuencia dominante con simetría axial indicada por flechas rojas. La fotografía satelital se tomó de la base de datos del Espectrorradiómetro de Imágenes de Resolución Moderada (MODIS).

5.3.3. Análisis de sensibilidad de parámetros

La sensibilidad del modelo 5.5 a los cambios de los parámetros han sido estudiados y descritos ampliamente como se comentó en la presentación de la Ec. 5.1 a las variaciones de ε y g. En está sección se hará una breve descripción de la evolución la Ec. de SH estocástica en función del resto de los parámetros del modelo y la simulación. Comenzando por el número de onda crítico k_c , en la Fig. 5.5 se resuelve la Ec. 5.5 con los parámetros de la Tabla 5.1 tomando el patrón hexagonal como ejemplo. En los paneles del renglón superior se muestran las salidas de la simulación para valores de k_c : a) $k_c = 0.5 \ km^{-1}$, b) $k_c = 1 \ km^{-1}$ y c) $k_c = 1.5 \ km^{-1}$. Es notable que para valores de $k_c 1 \ km^{-1}$, aunque el patrón hexagonal se conserva, el diámetro de las celdas formadas decrece a medida que el valor k_c aumenta lo que confirma que en este intervalo de valores se cumple la expresión $v = \frac{2\pi}{k}$ donde v es la longitud de onda característica del patrón. En cambio, para valores de $k_c < 1 \ km^{-1}$ el patrón se compone por rollos cortos de modo que $k_c = 1 \ km^{-1}$ es el límite inferior en que se presentan patrones celulares y a su vez es el valor en que se forman los diámetros de mayor tamaño.



Figura 5.5: Simulaciones del régimen de celdas de convección cerradas. El primer renglón muestra simulaciones en dominios (L = 500 km) y tamaño de cuadrícula ($\Delta x = 5 \text{ km}$) iguales pero diferente valor del número de onda k_c . Por su parte, en el segundo renglón las simulaciones presentan diferentes dimensiones de cuadrícula Δx en dominios iguales (L = 500 km) usando los mismos los parámetros de la Tabla 5.1.

El efecto del mallado en la formación del patrón una vez más reproduce los resultados en el régimen de celdas hexagonales usando los valores de la Tabla 5.1. La Fig. 5.5 paneles d), e) y f) muestra la evolución de $q(\mathbf{r} \text{ en mallados } \Omega = [0,100] \times [0,100], \Omega = [0,200] \times [0,200] \text{ y}$ $\Omega = [0,300] \times [0,300]$, respectivamente. Se observa que a medida que aumentan los elementos del mallado que secciona el dominio, se tiene un patrón de rayas más complejo aumentando el número de celdas formadas al reducirse el diámetro promedio. Son entonces estos dos parámetros, Δx y k_c , los responsables de diámetro de las celdas en el patrón hexagonal y el ancho de los rollos en el caso de la convección tubular.

Finalmente, análisis numéricos (por ejemplo (61)) exploran los resultados con diferentes pasos de tiempo. En concreto, el tiempo total invertido para obtener resultados equivalentes aumenta al incrementar el tamaño del paso temporal Δt .

Capítulo 6

Conclusiones

La representación precisa de patrones de organización formados en campos de nubes superficiales, en particular de tipo Sc, es crucial para comprender los procesos de retroalimentación de las nubes en el clima del planeta en un marco en que el cambio climático plantea una urgencia aún mayor. Actualmente, los GCM no pueden representar satisfactoriamente la organización y cobertura de los Sc resultando en aproximaciones brutas para las propiedades radiativas de las nubes. Esta necesidad ha motivado el desarrollo de modelos cuyo alcance sea la resolución de los procesos que les forman en aras de encontrar nuevas y mejores parametrizaciones de nubes superficiales.

Durante las últimas tres a cuatro décadas, esfuerzos en el estudio de los mecanismos físicos en la formación de nubes superficiales se han aproximado a la naturaleza auto-semejante de los flujos atmosféricos. El incorporar conceptos físicos básicos de dinámica no lineal en la teoría meteorológica clásica puede derivar en la simulación y predicción más realista del clima. Particularmente, los fenómenos críticos en la mecánica estadística y la formación de patrones en la dinámica no lineal son dos teorías eficientes para explicar cómo funciona la organización espontánea en diversos sistemas físicos.

En esta tesis, primero se reprodujeron íntegramente todos los resultados del modelo propuesto por Hottovy y Stechmann y luego se recurrió a dos modelos de formación de patrones conocidos en la Física para explicar la organización en campos de nubes Sc llegando a resultados que dan señales alentadoras en el uso de conceptos de la Física Estadística y los Sistemas Complejos en la descripción de sistemas atmosféricos.

6.1. Comparación entre modelos de formación de nubes Sc

Se demostró que los regímenes de nubes superficiales se corresponden con diferentes fases de organización utilizando un modelo estocástico no lineal que recupera la forma de la ecuación de Ginzburg-Landau. Siguiendo el trabajo de Stechmann y Hottovy, el modelo estocástico no lineal propuesto consta de una EDO para el campo del parámetro de orden dado por la columna de vapor de agua $q(\mathbf{r},t)$ cuya idealización matemática incorpora un término no lineal; el comportamiento de este término coincide con la criticalidad auto-organizada (SOC), mecanismo de organización propuesto por Neelin basado en observaciones de la tasa de precipitación *P*-CWV.

En este modelo, se incluye el punto crítico q_c a partir del cual el aumento de la variable de estado interno q tiene el incremento asintótico de P como respuesta del sistema. Aquí, el aspecto más importante del fenómeno crítico es que a diferencia del crecimiento sin límite cuando el suministro externo de CWV continúa aumentando en el modelo de Hottovy y Stechmann, este modelo recupera observaciones en un amplio rango de escalas temporales y espaciales en las que P llega a un máximo y decrece aún cuando los valores de CWV siguen aumentando. La no linearidad refleja la naturaleza del sistema para un rango de escalas y ciclos observados en numerosos trabajos y más cuantitativamente, una mejor distribución de los patrones de nubes Sc.

Esta interpretación fenomenológica basada en el sistema dinámico de una variable descrita a nivel "macroscópico" permite intuir cómo funcionan las variables microscópicas de manera integradora tal como ocurre en las transiciones de fase termodinámicas. El modelo, permite describir la formación y transición de varios patrones de campos de nubes superficiales en la mesoescala en función de combinaciones de los parámetros de ajuste F y D, cuya función es definir la fuerza del forzamiento determinista y estocástico.

Por otro lado, siguiendo la Teoría de parámetros de orden, el segundo modelo propuesto recurre a la ecuación de Swift-Hohenberg, modelo simple de la inestabilidad de Rayleigh-Bénard responsable de la formación de estructuras hexagonales y tubulares, para describir ambos patrones de organización presentes en los campos de nubes Sc. Añadiendo un amortiguamiento determinista y uno estocástico como se hizo en el modelo de G-L, se reprodujeron los regímenes de convección celular cerrada y tubular en función del parámetro g en el término cuadrático de la ecuación. Este último, en una primera aproximación, se asocia al gradiente de temperatura y humedad detonadores de la transición entre rollos y celdas en campos de Sc.

Es conveniente presentar los alcances de ambos modelos en relación a las fotografías satelitales mostradas en la Fig. 4.7 en la que se presentan los tres patrones de Sc en fase celular así como el régimen de cúmulos superficiales. El modelo de G-L presenta una mayor homogeneidad para las 4 fases y, sin llegar a la percolación, para celdas cerradas una estructura más ordenada compuesta por regiones de cobertura nubosa rodeadas por trazas de atmósfera libre o, en el caso de las celdas abiertas, piscinas de cielo abierto definidas por trazas de nubosidad. El resultado más interesante se observa en los POCs en los que se logran definir los paquetes de celdas abiertas en medio de campos cerrados.

En cambio, el modelo de S-H da paso a la formación de celdas cerradas bien definidas cuyo diámetro se aproxima al de los patrones reales con la peculiaridad que los forzamientos agregados al modelo generan defectos en la red. Por un lado, no cuentan con una disposición perfectamente hexagonal (altamente ordenada) ni están dispuestos en una aleatoriedad com-

pleta (altamente desordenada) sino que las distribución de celdas en alguna disposición entre estos dos extremos. Por otro, en medio de los cúmulos se observa la formación de rollos cortos que coinciden con los observados en campos reales. En tanto, la formación de estructuras tubulares con bifurcaciones bien definidas resulta en uno de los resultados más alentadores de este modelo lo que da señales de la necesidad de un estudio más esencial de los términos de la Ec. estocástica de SH con el objetivo de una interpretación física de los términos del modelo en relación a los procesos y retroalimentaciones responsables de la formación de nubes Sc.

6.2. Sistemas complejos en el estudio de Ciencias Ambientales

El uso de modelos físicos en la descripción de sistemas atmosféricos, procesos convectivos complejos y, en general, sistemas y procesos de las ciencias ambientales es un enfoque que ofrece numerosos métodos y modelos en el desarrollo de una teoría más completa que abarque la criticalidad auto-organizada, transiciones de fase, fenómenos críticos, no linealidad y otros conceptos físicos a través de un enfoque análogo a la Mecánica Estadística.

Los modelos propuestos, a diferencia de los problemas puramente asociados a las transiciones de fase, presentan como respuesta en la macroescala una tendencia adicional a mantenerse en la criticidad en lugar de ser simplemente controlado por un parámetro externo como la CVW. Por esta razón, SOC como método de auto-organización continua dando resultados alentadores en la descripción de fenómenos críticos macroscópicos, como los patrones asociados con la convección atmosférica.

En trabajos futuros se propone el uso de otras teorías de la Física Estadística útiles en la descripción de sistemas autosimilares en escalas espaciales y temporales, como los responsables de la formación de sistemas convectivos complejos. La teoría del grupo de renormalización (RNG) puede ser central teniendo en cuenta las observaciones del comportamiento auto-semejante de la convección en un rango amplio de escalas y ciclos así por como la independencia de escala de las estadísticas de P-CVW. Apéndice A

Ápendice

A.1. Código en Matlab de la solución numérida del modelo de Ginzburg-Landau estocástico

```
[U,T] = MEstocastico(u, X, T_Eq, b, tau, F, D, p1, p3)
T = (0:0.01:T_Eq);
x = length(X);
ti = length(T);
U = zeros(x, x);
U = u(:,:);
h = T(2) - T(1);
k = X(2) - X(1);
t = 0;
while t <= ti-1
        for i = 1:x
        xa = mod(i-2, x)+1;
        xb = mod(i, x)+1;
                 for j = 1:x
                 ya = mod(j-2, x)+1;
                 yb = mod(j, x)+1;
```

end end

```
U(i, j) = h*b*((U(xa, j) + U(xb, j) + U(i, ya))
                           - 4*U(i,j) + U(i,yb))/k^2 + U(i,j)
                           - (h/tau) * U(i, j) + h * F
                           + (D/k) * randn (1) * ( sqrt (h))
                           + (h*p1)*U(i,j)
                           + (p3*h)*(U(i,j)*U(i,j)*U(i,j));
             end
        end
t = t + 1;
```

Código en Matlab de la solución numérida del modelo de A.2. Swift-Hohenberg estocástico

```
[A,T] = MSwift(u, X, T_Eq, h, kc, e, p2, p3, F, D, w, M)
T = (0:h:T_Eq);
x = length(X);
ti = length(T);
U = zeros(x, x, ti);
W = zeros(x, x, ti);
h = T(2) - T(1);
k = X(2) - X(1);
U(:,:,1) = u(:,:);
U(:,:,2) = U(:,:,1) + h;
for t = 3: ti - 1
    m = 0;
    while m < M
```

```
for i = 1:x
         xa = mod(i-2,x)+1;
         xb = mod(i, x)+1;
              for j = 1:x
                  ya = mod(j-2, x)+1;
                  yb = mod(j, x)+1;
                  W(i, j, t) = (1-w)*(W(i, j, t))
                            + w * ((1/k*k)*(U(xa, j, t)
                            + U(xb, j, t) + U(i, ya, t)
                            - 4*U(i,j,t) + U(i,yb,t)));
                  U(i, j, t) = (1-w)*(U(i, j, t))
                            + w*(2*h/(3 - 2*h*e + 2*h*kc))*
                            (-2*W(i,j,t) - (1/k*k)*(W(xa,j,t))
                            + W(xb, j, t) + W(i, ya, t) - 4*W(i, j, t)
                            + W(i, yb, t)) + (2/h)*U(i, j, t-1)
                            - (1/(2 * h)) * U(i, j, t-2)
                            + 2*p2*(U(i, j, t-1)^2)
                            + 2*p3*(U(i, j, t-1)^3)
                            - p2 * (U(i, j, t-2)^2)
                            - p3 * (U(i, j, t-2)^3)
                            + F + (D/k) * randn (1) * ( sqrt (h)/h)
               end
          end
    m = m + 1;
   end
end
A = zeros(x, x);
         for i = 1:x
                  for j = 1:x
                  A(i, j) = U(i, j, ti - 1);
                  end
         end
end
```

Bibliografía

- [1] Ackerman, A. S. and Coauthors (2009). Large-eddy simulations of a drizzling, stratocumulus-topped marine boundary layer. 137:1083â1110. 18, 19, 23
- [2] Ackerman, A. S., Kirkpatrick, M. P., Stevens, D. E., and Toon, O. B. (2004). The impact of humidity above stratiform clouds on indirect aerosol climate forcing. 432:1014â1017. 18
- [3] Agee, E. M. (1987). Meso-scale cellular convection over the oceans. 10:317â341. 7
- [4] A.Miller, M., Jensen, M. P., and Clothiaux, E. E. (1998). Diurnal cloud and thermodynamic variations in the stratocumulus transition regime: A case study using in situ and remote sensors. 55:2294â2310. 15
- [5] Arnason, G. and Greenfield, R. S. (1972). Micro-andmacro-structures of numerically simulated convective clouds. 29:342â367. 16
- [6] Atkinson, B. W. and Zhang, J. W. (1996). Mesoscale shallow convection in the atmosphere. 34:403â431. 7, 13
- [7] Baker, M. B. (1993). Variability in concentrations of cloud condensation nuclei in the marine cloud-topped boundary layer. 45B:458â472. 18
- [8] Berner, A., Bretherton, C. S., and Wood, R. (2011). Large-eddy simulation of mesoscale dynamics and entrainment around a pocket of open cells observed in vocals rf06. 11:13 317â13 353. 23, 24
- [9] Betts, A. K. and Ridgway, W. (1989). Climatic equilibrium of the atmospheric convective boundary layer over a tropical ocean. 46:2621â2641. 20, 52
- [10] Binney, J. J., Dowrick, N. J., Fisher, A. J., and Newman, M. E. J. (1992). *The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group*, chapter 7. Oxford Science Publications. 52, 53
- [11] Bretherton, C. S., Peters, M. E., and Back, L. E. (2004). Relationships between water vapor path and precipitation over the tropical oceans. 17:1517â1528. 15, 46

- [12] Bretherton, C. S. and Wyant, M. C. (1997). Moisture transport, lower-tropospheric stability, and decoupling of cloud-topped boundary layers. 54:148â167. 3, 12, 13, 18, 21
- [13] Bumstead, M., Liang, K., Hanta, G., Hui, L., and Turak, A. (2018). dislocate: tools to rapidly quantify local intermolecular structure to assess two-dimensional order in selfassembled systems. 8(1). 41
- [14] Cahalan, R. F., Ridgway, W., Wiscombe, W. J., Bell, T. L., and Snider, J. B. (1994). The albedo of fractal stratocumulus clouds. 51:2434â2455. 11
- [15] Caldwell, P. and Bretherton, C. S. (2009). Response of a subtropical stratocumuluscapped mixed layer to climate and aerosol changes. 22:20â38. 10
- [16] Caldwell, P., Wood, R., and Bretherton, C. S. (2005). Mixed-layer budget analysis of the diurnal cycle of entrainment in southeast pacific stratocumulus. 62:3775â3791. 6, 10, 11, 12, 16
- [17] Chylek, P., Damiano, P., and Shettle, E. P. (1992). Infrared emittance of water clouds. 49:1459â1472. 10
- [18] Chylek, P., Lesins, G. B., Videen, G., Wong, J. G. D., Pinnick, R. G., Ngo, D., and Klett, J. D. (1996). Black carbon and absorption of solar radiation by clouds. 101 (D18),:23 365â23 371. 11
- [19] Comstock, K., Bretherton, C. S., and Yuter, S. (2005). Mesoscale variability and drizzle in southeast pacific stratocumulus. 62:3792â3807. 6, 19, 28
- [20] Comstock, K., Yuter, S. E., Wood, R., and Bretherton, C. S. (2007). The three dimensional structure and kinematics of drizzling stratocumulus. 6135:3767â3784. 23
- [21] Cross, M. (2006). Lecture 8 supplementary notes: Amplitude equations. 65
- [22] Cross, M. and Greenside, H. (2009a). Pattern formation and dynamics in nonequilibrium systems. Cambridge University Press. 65, 66
- [23] Cross, M. and Greenside, H. (2009b). Pattern formation and dynamics in nonequilibrium systems. 67
- [24] Cross, M. C. and Hohenberg, P. C. (1993). Pattern formation outside of equilibrium. 65(3):851â1112. 45
- [25] Dagan, G., Altaratz, O., Feingold, G., and Koren, I. (2018). Feedback mechanisms of shallow convective clouds in a warmer climate as demonstrated by changes in buoyancy. 13(5). 1
- [26] de Roode, S. R. and Duynkerke, P. G. (1997). Observed lagrangian transition of stratocumulus into cumulus during astex: Mean state and turbulence structure. 54:2157â2173.
 13

- [27] de Roode, S. R., Duynkerke, P. G., and Jonker, H. J. (2004). Large eddy simulation: How large is large enough? 61:403â421. 9, 13
- [28] Deardorff, J. W. (1976). Entrainment rate of stratocumulus topped mixed layer. 102:563â582. 14
- [29] Deardorff, J. W. (1980a). Cloud top entrainment instability. 37:561â563. 21
- [30] Doelman, A., B.Sandstede, and Schneider, A. S. G. (2003). Propagation of hexagonal patterns near onset. 14(1):85–110. 65, 67, 68
- [31] Duynkerke, P. G. and Jonker, H. Q. Z. P. J. (1995). Microphysical and turbulent structure of nocturnal stratocumulus as observed during astex. 52:2763â2777. 12
- [32] Feingold, G., Cotton, W., Stevens, B., and Frisch, A. S. (1996). The relationship between drop in-cloud residence time and drizzle production in numerically simulated stratocumulus clouds. 53:1108â1122. 18, 19
- [33] Field, P. R. and Wood, R. (2007). Precipitation and cloud structure in midlatitude cyclones. 20:233â254. 6
- [34] Gao, P. (2017). The stochastic swift-hohenberg equation. *Nonlinearity*, 30(9):3516–3559.
- [35] Garrett, T. J. and Hobbs, L. F. R. P. V. (2002). Aerosol effects on cloud emissivity and surface longwave heating in the arctic. 59:769â778. 10
- [36] George, R. C. and Wood, R. (2010). Subseasonal variability of low cloud properties over the southeast pacific ocean. 10:4047â4063. 6
- [37] Gerber, H., Frick, G., Malinowski, S. P., Brenguier, J. L., and Burnet, F. (2005). Holes and entrainment in stratocumulus. 62:443â459. 14
- [38] Glassmeiera, F. and Feingold, G. (2017). Network approach to patterns in stratocumulus clouds. 22
- [39] G.M., G. M., Zhang, Poellot, M. R., Kok, G. L., McCoy, R., Tooman, T., Fridlind, A., and Heymsfield, A. J. (2007). Ice properties of single-layer stratocumulus during the mixedphase arctic cloud experiment: 1. observations. 112:D24201. 15
- [40] Gurevich, S. V. (2017). Numerical methods for complex systems ii chapter 4: Swifthohenberg equation. 45, 67
- [41] Hahn, C. J. and Warren, S. G. (2007). A gridded climatology of clouds over land (1971â96) and ocean (1954â97) from surface observations worldwide. 4
- [42] Hakim, G. J. (2003). Developing wave packets in the north pacific storm track. 131:342â355. 6

- [43] Hanson, H. P. (1991). Marine stratocumulus climatologies. 11:147â164. 6
- [44] Hartmann, D. L. (1994). Global physical climatology. page 408. 13
- [45] Hartmann, D. L. and Short, D. (1980). On the use of earth radiation budget statistics for studies of clouds and climate. 37:1233â1250. 6
- [46] Hermann, G. and Goody, R. (1976). Formation and persistence of summertime arctic stratus clouds. 33:1537â1553. 4
- [47] Hignett, P. (1991). Observations of diurnal variation in a cloudcapped marine boundary layer. 48:1474â1482. 13
- [48] Holloway, C. E. and Neelin, J. D. (2009). Moisture vertical structure, column water vapor, and tropical deep convection. 66:1665–1683. 46
- [49] Holloway, C. E. and Neelin, J. D. (2010). Teporal relations of column water vapor and tropical precipitation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 67:1091â1105. 53
- [50] Hottovy, S. and Stechmann, S. N. (2015). A spatiotemporal stochastic model for tropical precipitation and water vapor dynamics. 72:4721–4738. 10, 29, 30, 31, 32, 52
- [51] Hottovy, S. and Stechmann, S. N. (2016). Cloud regimes as phase transitions. 43:6579â6587. 1, 3, 31, 44, 54
- [52] J. A. J., C. and Walsh, C. D. (2002). Limits to the aerosol indirect radiative effect derived from observations of ship tracks. 59:668â680. 18
- [53] Kajikawa, M., Kikuchi, K., Asuma, Y., Inoue, Y., and Sato, N. (2000). Supercooled drizzle formed by condensation-coalescence in the mid-winter season of the canadian arctic. 52:293â301. 15
- [54] Khouider, B. and Bihlo, A. (2019). A new stochastic model for the boundary layer clouds and stratocumulus phase transition regimes: Open cells, closed cells, and convective rolls. 124:367â386. 45
- [55] Klein, S. A. and Hartmann, D. L. (1993). The seasonal cycle of low stratiform clouds. 6:1588â1606. 6, 19
- [56] Klepel, K., BlÅśmker, D., and Mohammed, W. (2013). Amplitude equation for the generalized swift hohenberg equation with noise. Zeitschrift fĂźr angewandte Mathematik und Physik, 65. 68
- [57] Kollias, P., Tselioudis, G., and Albrecht, B. A. (2007). Cloud climatology at the southern great plains and the layer structure, drizzle, and atmospheric modes of continental stratus. 112:D09116. 6
- [58] Komin, N., Lacasa, L., and Toral, R. (2010). Critical behavior of a ginzburgâlandau model with additive quenched noise. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 12:P12008. 53

- [59] Lebsock, M. D., LâEcuyer, T. S., and Pincus, R. (2017). An observational view of relationships between moisture aggregation, cloud, and radiative heating profiles. 38:1237â1254. 53
- [60] Lee, S. S., Penner, J. E., and Saleeby, S. M. (2009). Aerosol effects on liquid-water path of thin stratocumulus clouds. 114:D07204. 19
- [61] Lega, J. and Mendelson, N. (1999). Control-parameter-dependent swift-hohenberg equation as model for bioconvection patterns. 59(6):6267â6274. 74
- [62] Lenderink, G. and Siebesma, A. P. (2004). On the role of drizzle in stratocumulus and its implications for large-eddy simulation. 130:3429â3434. 18
- [63] Leon, D. C., Wang, Z., and Liu, D. (2008). Climatology of drizzle in marine boundary layer clouds based on 1 year of data from cloudsat and cloud-aerosol lidar and infrared pathfinder satellite observations (calipso). 113:D00A14. 15
- [64] Lewellen, D. C. and Lewellen, W. S. (1998). Large-eddy boundary layer entrainment. 55:2645â2665. 14, 15
- [65] Lilly, D. K. (1968). Models of cloud-toppedmixed layers under a strong inversion. 94:292â309. 3, 9, 12, 14, 15, 21
- [66] Lilly, D. K. and Stevens, B. (2008). Validation of a mixed-layer closure. i: Theoretical tests. 134:47â55. 15
- [67] Liou, K.-N. (1992). Radiation and cloud processes in the atmosphere: Theory, observation and modeling. page 504. 11
- [68] Liu, A. Q., Moore, G. W. K., Tsuboki, K., and Renfrew, I. A. (2004). A highâresolution simulation of convective roll clouds during a coldâair outbreak. 31(3). 7, 9
- [69] Liu, Y. and Daum, P. H. (2004). On the parameterization of the autoconversion process. part i: Analytical formulation of the kessler-type parameterizations. 61:1539â1548. 15
- [70] M., N., Johnson, D. S., and Chien, C. W. (1961). Studies of the structure of the atmosphere over the eastern pacific ocean in summer: Part 1. the inversion over the eastern north pacific ocean. 1:94. 3
- [71] Moeng, C. H., Shen, S. H., and Randall, D. A. (1992). Physical processes within the nocturnal stratus-topped boundary layer. 49:2384â2401. 3, 12
- [72] Nicholls, S. (1984). The dynamics of stratocumulus: Aircraft observations and comparisons with a mixed layer model. 110:783â820. 3, 9, 12, 19
- [73] Nicholls, S. (1989). The structure of radiatively driven convection in stratocumulus. 115:487â511. 12, 13

- [74] Nicholls, S. and Leighton, J. (1986). An observational study of the structure of stratiform cloud sheets: Part i. structure. 112:431â460. 12, 13, 14, 16
- [75] Nieuwstadt, F. T. M. and Duynkerke, P. G. (1996). Turbulence in the atmospheric boundary layer. 40:111â142. 10, 12
- [76] Norris, J. R. and Klein, S. A. (2000). Low cloud type over the ocean from surface observations. part iii: Relationship to vertical motion and the regional synoptic environment. 13:245â256. 6
- [77] Norris, J. R. and Leovy, C. B. (1994). Interannual variability in stratiform cloudiness and sea surface temperature. 7:1915â1925. 6
- [78] Noteboom, S. (2006). Open cell convection and closed cell convection. 2, 7, 51
- [79] OâDell, C. W. and F. J. Wentz, a. R. B. (2008). Cloud liquid water path from satellite-based passive microwave observations: A new climatology over the global oceans. 21:1721â1738. 4, 11
- [80] Paluch, I. R. and Lenschow, D. H. (1991). Stratiform cloud formation in the marine boundary layer. 48:2141â2158. 20
- [81] Park, S., Deser, C., and Alexander, M. (2005). Estimation of the surface heat flux response to sea surface temperature anomalies over the global oceans. 18:4582â4599. 10
- [82] Perez-Moreno, S. S., Chavarria., M. S. R., and Ruiz-ChavarrAa, G. (2014). Numerical solution of the swiftâhohenberg equation. In Klapp, J. and Medina, A., editors, *Experimental* and Computational Fluid Mechanics. Environmental Science and Engineering, pages 409– 416. Springer International Publishing. 68
- [83] Peters, O. and Neelin, J. D. (2006). Critical phenomena in atmospheric precipitation. 2:393–396. 27, 28, 45, 50, 51
- [84] Peters, O., Neelin, J. D., and Nesbitt, S. W. (2009). Mesoscale convective systems and critical clusters. 66:2913–2924. 28, 45
- [85] Platnick, S. and Twomey, S. (1994). Determining the susceptibility of cloud albedo to changes in droplet concentration with the advanced very high resolution radiometer. 33:334â347. 11
- [86] Platt, C. R. (1976). Infrared absorption and liquidwater content in stratocumulus clouds. 102:553â556. 10
- [87] Randall, D. A. (1984). Conditional instability of the first kind upside down. 36A:446â457.16, 21
- [88] Richter, I. and Mechoso, C. R. (2004). Orographic influences on the annual cycle of namibian stratocumulus clouds. 31:L24108. 4

- [89] Richter, I. and Mechoso, C. R. (2006). Orographic influences on subtropical stratocumulus. 63:2585â2601. 4
- [90] Roach., W. T., Brown, R., Caughey, S. J., Crease, B. A., and Slingo, A. (1982). Afieldstudy of nocturnal stratocumulus: 1. mean structure and budgets. 108:103â123. 3, 11
- [91] Robert A. Houze, J. (1998). Cloud Dynamics. Elsevier B.V., Oxford, UK. 2
- [92] Rogers, D. P. and Koracin, D. (1992). Radiative transfer and turbulence in the cloud-topped marine atmospheric boundary layer. 49:1473â1486. 6
- [93] Rozendaal, M. A., Leovy, C. B., and Klein, S. A. (1995). An observational study of the diurnal cycle of marine stratiform cloud. 8:1795â1809. 6
- [94] Saarloos, W. (1994). The complex ginzburgâlandau equation for beginners. page 19â31.68
- [95] Savic-Jovcic, V. and Stevens, B. (2008). The structure and mesoscale organization of precipitating stratocumulus. 65:1587â1605. 18, 19, 22
- [96] Schiro, K. A., Lintner, B., and Adams, D. (2016). Deep convection and column water vapor over tropical land vs. tropical ocean: A comparison between the amazon and the tropical western pacific. 73(10):4043–4063. 51
- [97] Schiro, K. A. and Neelin, J. (2019a). Deep convective organization, moisture vertical structure and convective transition using deep-inflow mixing. 49
- [98] Schiro, K. A. and Neelin, J. D. (2019b). Deep convective organization, moisture vertical structure, and convective transition using deep-inflow mixing. 76:965–987. 46, 48
- [99] Schubert, W. H., Wakefield, J. S., Steiner, E. J., and Cox, S. K. (1979a). Marine stratocumulus convection. part i: Governing equations and horizontally homogeneous solutions. 36:1286â1307. 12, 19
- [100] Sears-Collins, A. L., Schultz, D. M., and Johns, R. H. (2006). A spatial and temporal variability of nonfreezing drizzle in the united states and canada. 21:1447â1448. 6
- [101] Slingo, A. (1989). A gcm parameterization for the shortwave properties of water clouds. 46:1419â1427. 11
- [102] Stechmann, S. N. and Neelin, J. D. (2011). A stochastic model for the transition to stong convection. 68(12):2955–2970. 28, 46
- [103] Stephens, G. L. (1978a). Radiation profiles in extended water clouds: 1. 35:2111â2122.
- [104] Stevens, B. (2002). Entrainment in stratocumulus topped mixed layers. 128:2663â2690.
- [105] Stevens, B., Beljaars, A., Bordoni, S., Holloway, C., Kohler, M., S. Krueger, V. S.-J., and Zhang, Y. Y. (2007). On the structure of the lower troposphere in the summertime stratocumulus regime of the northeast pacific. 135:985â1005. 6
- [106] Stevens, B., Cotton, W. R., Feingold, G., and Moeng, C.-H. (1998). Large eddy simulations of strongly precipitating, shallow, stratocumulustopped boundary layers. 55:3616â3638. 19, 23
- [107] Swift, J. and Hohenberg, P. C. (1977). Hydrodynamic fluctuations at the convective instability. 15(1):319â328. 45
- [108] Turton, J. D. and Nicholls, S. (1987). A study of the diurnal variation of stratocumulus using a multiple mixed layer model. 113:969â1009. 6, 11, 13, 21
- [109] Vallis, G. (2006). Atmospheric and oceanic fluid dynamics. page 745. 7
- [110] van Hecke, M., Hohenberg, P. C., and van Saarloos, W. (1994). Amplitude equations for pattern forming systems. VIII:245â278. 65, 68
- [111] vanZanten, M. C., Duynkerke, P. G., and Cuijpers, J. W. M. (1999). Entrainment parameterization in convective boundary layers. 56:813â828. 14, 15
- [112] Wang, H. and Feingold, G. (2009). Modeling mesoscale cellular structures and drizzle in marine stratocumulus. part i: Impact of drizzle on the formation and evolution of open cells. 66:3237â3255. 22
- [113] Wang, S., Albrecht, B. A., and Feingold, G. (2003). Turbulence, condensation, and liquid water transport in numerically simulated nonprecipitating stratocumulus clouds. 60:262â278. 19
- [114] Warren, S. G., Hahn, C. J., London, J., Chervin, R. M., and Jenne, R. L. (1986). Global distribution of total cloud cover and cloud types over land. page 29. 2, 4
- [115] Warren, S. G. and Jenne, R. L. (1988). Global distribution of total cloud cover and cloud types over ocean. page 42. 4
- [116] Watkins, N. W., Pruessner, G., Chapman, S. C., Crosby, N. B., and Jensen, H. J. (2016). 25 years of self-organized criticality: Concepts and controversies. 198:3–44. 53
- [117] Weng, F. Z. and Grody, N. C. (1994). Retrieval of cloud liquid water using the special sensor microwave imager (ssm/i). 99 (D12):25 535â25 551. 4
- [118] Weng, F. Z., Grody, N. C., Ferraro, R., Basist, A., and Forsyth, D. (1997). Cloud liquid water climatology from the special sensor microwave/imager. 10:1086â1098. 4
- [119] Wood, C. R. and Taylor, J. P. (2006). Liquid water path variability in unbroken marine stratocumulus cloud. 127(578). 1

- [120] Wood, R. (2005a). Drizzle in stratiform boundary layer clouds. part i: Vertical and horizontal structure. 62:3011â3033. 10, 11, 12, 15, 16
- [121] Wood, R. (2006). Rate of loss of cloud droplets by coalescence in warm clouds. 111:D21205. 15, 22
- [122] Wood, R. (2007). Cancellation of aerosol indirect effects in marine stratocumulus through cloud thinning. 64:2657â 2669. 18
- [123] Wood, R. (2012). Review: Stratocumulus clouds. 140:2373–2423. 2, 5, 8, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 23, 27
- [124] Wood, R., Bretherton, C., Leon, D., A. Clarke, P. Z., Allen, G., and Coe, H. (2011a). An aircraft case study of the spatial transition from closed to open mesoscale cellular convection over the southeast pacific. 11:2341â2370. 15, 23
- [125] Wood, R., Bretherton, C. S., and Hartmann, D. L. (2002a). Diurnal cycle of liquid water path over the subtropical and tropical oceans. 29:2092. 4, 6, 7
- [126] Wood, R. and Hartmann, D. L. (2006). Spatial variability of liquid water path in marine boundary layer clouds: The importance of mesoscale cellular convection. 19:1748â1764. 6, 7, 19, 21, 24
- [127] Xiao, H., Wu, C.-M., and Mechoso, C. R. (2010). Buoyancy reversal, decoupling and the transition from stratocumulus-topped to trade-wind cumulus-topped marine boundary layer. 37:971â984. 22
- [128] Xue, H., Feingold, G., and Stevens, B. (2008a). Aerosol effects on clouds, precipitation, and the organization of shallow cumulus convection. 65:392â406. 18, 19
- [129] Yang, S. and Smith, E. A. (2006). Mechanisms for diurnal variability of global tropical rainfall observed from trmm. 19:5190â5226. 15
- [130] Yano, J.-I., Liu, C., and Moncrieff, M. W. (2012). Self-organized criticality and homeostasis in atmospheric convective organization. 69:3449–3462. 51
- [131] Yeomans, J. M. (1992). Statistical mechanics of phase transitions. 25, 33, 34, 36, 37, 53
- [132] Zhang, Y., Stevens, B., Medeiros, B., and Ghil, M. (2009). Low-cloud fraction, lowertropospheric stability, and large-scale divergence. 22:4827â4844. 19
- [133] Zhu, P. and Coauthors (2005). Intercomparison and interpretation of single-column model simulations of a nocturnal stratocumulustopped marine boundary layer. 133:2741â2758.
 16, 20
- [134] Zuidema, P., Westwater, E. R., Fairall, C., and Hazen, D. (2005). Ship-based liquid water path estimates in marine stratocumulus. 110:D20206. 6