

ANÁLISIS DE PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN CABLES SUBMARINOS MONOPOLARES

R.G. Barrera¹, X.A. Gómez, J.C. Ruiz y S. Soberano
Centro de Investigación y Desarrollo Conduces

Sumario. Se extiende el trabajo de Bianchi y Luoni [1] para el cálculo del comportamiento eléctrico de un cable submarino. Se incluyen los efectos de polarización y disipación de energía en los materiales aislantes y se deducen las expresiones para el cálculo de la impedancia superficial del mar para una configuración trifásica plana. Se presentan resultados numéricos para el cable tendido entre Nichupté y Cancún y se analiza la redistribución de corrientes y de pérdida de energía en caso de suprimir la armadura.

INTRODUCCIÓN

El análisis de la transmisión de energía electromagnética a lo largo de cables submarinos es un problema que se remonta a los inicios de la propia electrodinámica, con problemas relacionados al desarrollo de la telegrafía trasatlántica. En las dos últimas décadas este problema se ha reactivado con el diseño de cables submarinos para la transmisión y distribución de energía eléctrica a grandes distancias a través de ríos y lagunas o para el abastecimiento de islas y plataformas. A diferencia de los cables aéreos o enterrados los cables submarinos se encuentran inmersos en agua de mar, la cual se comporta eléctricamente como un conductor. Aunque la conductividad del agua de mar es unos ocho órdenes de magnitud menor que la del cobre, el campo electromagnético se extiende sobre una área ocho órdenes de magnitud mayor que la del cable y por consiguiente la corriente total inducida en el mar puede llegar a jugar un papel importante en el diseño eléctrico del cable. Por otra parte, los cables submarinos se diseñan usualmente con una armadura metálica que sirve de protección tanto en servicio como en el proceso de tendido; y dado que ésta transporta corrientes eléctricas inducidas, su comportamiento eléctrico debe ser analizado en detalle. En este trabajo nos concentraremos en el cálculo de las pérdidas de energía por efecto Joule en las distintas componentes del cable. Es usual en el diseño de este tipo de cables tener un conductor central rodeado de un cilindro coaxial del aislante principal, una pantalla metálica generalmente conectada a tierra, otro aislante sobre la pantalla y una cama de yute que sirve para recibir la armadura. La costumbre más usual en circuitos trifásicos es la de suprimir tensiones entre las armaduras cortocircuitándolas y conectándolas a tierra. En este trabajo se describe un procedimiento para el cálculo de los parámetros eléctricos de un cable submarino, modelándolo como un sistema anidado de cilindros coaxiales de conductores y aislantes de longitud infinita; es decir, se desprecian efectos de orilla. Se supone que por el

conductor central circula una corriente alterna I_c de frecuencia ν y se calculan las corrientes inducidas en pantallas y armaduras para un circuito trifásico en dos tipos de configuración: la plana, de tres cables paralelos equidistantes y la triangular, de tres cables equidistantes cuyos ejes intersecan a un plano perpendicular en un triángulo equilátero. Se calcula también la potencia disipada en cada una de las componentes del cable y se analiza la redistribución de corrientes debida a la supresión de la armadura. Se presentan resultados numéricos para el cable de 6 Km. tendido entre Nichupté y Cancún.

PARAMETROS GEOMETRICOS, ELECTRICOS Y SISTEMA DE UNIDADES

En la Fig. 1 mostramos un corte transversal del cable en donde se muestran los parámetros geométricos y su correspondiente notación.

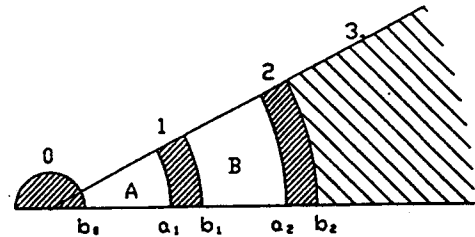


Fig 1. Corte transversal del cable y sus parámetros geométricos

Los conductores central, pantalla, armadura y mar se denotan con 0, 1, 2 y 3 respectivamente y los aislantes con A y B. Por ahora tomaremos un sólo aislante (B) entre la pantalla (1) y la armadura (2). Los radios de las distintas componentes se denotan por a_i y b_i ($i=0,1,2$) (ver Fig.-1).

Los parámetros eléctricos necesarios en el cálculo son las conductividades eléctricas σ_i ($i=0,1,2,3$) de los conductores, las susceptibilidades magnéticas relativas μ_i ($i=0, 1, 2, 3, A$ y B) y las constantes dieléctricas relativas complejas

$$\bar{\epsilon}_i = \epsilon_i (1 + j \tan \delta_i) \quad (1)$$

($i = A, B$) de los aislantes, en donde ϵ_i es la parte real y $\tan \delta_i$ es el factor de disipación. Estamos denotando con una barra el caracter complejo de $\bar{\epsilon}_i$.

RVP-90-CON-07 PONENCIA RECOMENDADA Y APROBADA POR EL COMITE DE CONDUCTORES AISLADOS DEL CAPITULO DE POTENCIA DEL IEEE SECCION MEXICO Y PRESENTADA EN LA REUNION DE VERANO, ACAPULCO 90, DEL 22 AL 27 DE JULIO DE 1990.

donde A y B son constantes y γ es la constante de propagación dada por

$$\gamma^2 = Z_{ef} Y_A \quad (10b)$$

En nuestro caso, para un cable de una longitud de l km, $|\gamma l| \sim 10^{-3}$, por lo tanto la línea de transmisión puede ser considerada corta, en cuyo caso la caída fraccional tanto de tensión como de corriente es del orden de $|\gamma l|$. Por otra parte, en términos cuantitativos, la magnitud de la caída de tensión en la línea, normalizada a ΔV_0^{CD} está dada por

$$\Delta \tilde{V}_{01} \equiv \frac{|V_{01}(0) - V_{01}(l)|}{\Delta V_0^{CD}} = \sqrt{2} |\tilde{Z}_{ef}| \quad (11)$$

en donde $\tilde{Z}_{ef} \equiv Z_{ef}/r_0$. Para un conductor central de cobre de área $A(\text{cm}^2)$ y una corriente $I_c/\sqrt{2} = 100$ Amps, $\Delta V_0^{CD} = 17.241/A(\text{cm}^2)$ Volt/km.

Con respecto a las pérdidas de energía por efecto Joule, la energía disipada por unidad de longitud, normalizada a W_0^{CD} , está dada por

$$\Delta \tilde{W} \equiv \frac{\frac{1}{2} Re \tilde{Z}_{ef} I_c^2}{\Delta W_0^{CD}} = Re \tilde{Z}_{ef} \quad (12)$$

Por ejemplo, en un conductor de cobre de área $A(\text{cm}^2)$ y una corriente $I_c/\sqrt{2} = 100$ Amps, $\Delta W_0^{CD} = 0.862/A(\text{cm}^2)$ KW/km.

Volviendo ahora a la definición de Z_{ef} (Ec. 8a), podemos calcular las pérdidas adicionales de energía, es decir, las pérdidas fuera del conductor central, a través de

$$\Delta \tilde{W}_{AD} = \frac{\frac{1}{2} Re \tilde{Z}^* I_c^2}{\Delta W_0^{CD}} = Re \tilde{Z}^* \quad (13)$$

en donde $\tilde{Z}^* = Z^*/r_0$.

En resumen, las características eléctricas del cable submarino resultan completamente análogas a las de una línea de transmisión monofásica, siempre y cuando sea posible simular el comportamiento de todas las componentes externas al conductor central en términos de una impedancia superficial equivalente, a la que hemos llamado Z^* . En el siguiente inciso mostramos que esto es posible y damos expresiones explícitas para el cálculo de Z^* .

3.1 Composición de impedancias. La composición de impedancias es un procedimiento mediante el cual se calcula la impedancia superficial equivalente de un sistema anidado de cilindros conductores huecos con espesor finito (o infinito) separados (o no) por material aislante. En nuestro caso las corrientes longitudinales de polarización en los aislantes resultan ser despreciables comparadas con las corrientes de conducción en los materiales metálicos o en el mar, por lo tanto supondremos que las únicas corrientes longitudinales con simetría axial son las que circulan por los conductores. Bajo esta hipótesis y suponiendo, además, que las corrientes forman un circuito cerrado sin romper la simetría axial, las impedancias superficiales de un tubo cilíndrico de

radio interior a y radio exterior b , por el cual circula una corriente I , se define, en términos de los campos eléctricos longitudinales $E(a)$ y $E(b)$ sobre las caras del tubo (ver Fig. 3), de la siguiente forma:

$$-E(a) = Z_i I_i + Z_m I_e \quad (14a)$$

$$-E(b) = Z_m I_i + Z_e I_e \quad (14b)$$

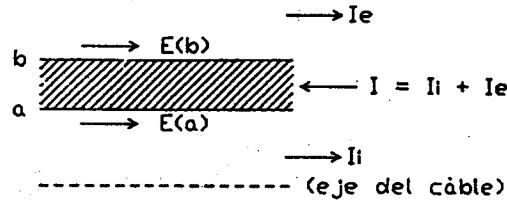


Fig. 3. Corte transversal de un tubo cilíndrico de radio interior a y radio exterior b . $E(a)$ y $E(b)$ son los campos eléctricos longitudinales sobre las caras interior y exterior, respectivamente. I es la corriente que circula por el tubo e I_i e I_e son las corrientes internas y externas al tubo, respectivamente.

en donde I_i e I_e son las corrientes internas y externas al tubo y no es necesario especificar por donde circulan. La condición de circuito cerrado se expresa mediante la relación

$$I = I_i + I_e \quad (15)$$

y como se ve, para relacionar los campos y corrientes en un tubo cilíndrico, es necesario definir tres impedancias superficiales: Z_i , Z_e y Z_m , que se denominan interna, externa y de transferencia, respectivamente. La Fig. 3 define el sentido de las corrientes.

Si se tienen ahora los dos tubos cilíndricos conductores 1, y 2 de radios a_1, b_1 y a_2, b_2 separados por un aislante B , es posible definir las impedancias superficiales equivalentes Z_i^* , Z_e^* y Z_m^* de la siguiente forma:

$$-E(a_1) = Z_i^* I_i + Z_m^* I_e \quad (16a)$$

$$-E(b_2) = Z_m^* I_i + Z_e^* I_e \quad (16b)$$

3.3 Pérdidas por disipación. Utilizando el teorema de Poynting [2], se pueden calcular directamente las pérdidas de energía por disipación ΔW_j ($j = 0, 1, 2, ; A, B$) en cada una de las componentes del cable.

Para el conductor central tenemos que

$$\Delta \dot{W}_0 \equiv \frac{\Delta W_0}{\Delta W_0^{CD}} = Re \dot{Z}_0, \quad (22)$$

mientras que para los conductores 1 y 2 se obtiene que

$$\Delta \dot{W}_1 = \frac{\Delta W_1}{\Delta W_0^{CD}} = Re \left[\dot{Z}_{11} + 2\dot{Z}_{m1} Re I_e / I_c + \dot{Z}_{e1} |I_e|^2 / I_c^2 \right], \quad (23a)$$

en donde $I_e / I_c = I_1 / I_c - 1$, y

$$\Delta \dot{W}_2 \equiv \frac{\Delta W_2}{\Delta W_0^{CD}} = Re \left[\dot{Z}_{22} |I_i|^2 + 2\dot{Z}_{m2} Re I_e I_i^+ + \dot{Z}_{e2} |I_e|^2 \right], \quad (24a)$$

en donde $I_i = I_c - I_1 = I_2 + I_3$ e $I_e = -I_3$. Aquí I^+ significa el complejo conjugado de I .

Por otra parte en los aislantes las pérdidas de energía se pueden escribir como

$$\Delta \dot{W}_A \equiv \frac{\Delta W_A}{\Delta W_0^{CD}} = |Z_{e1}| \tan \epsilon_A \quad (25a)$$

$$\Delta \dot{W}_B \equiv \frac{\Delta W_B}{\Delta W_0^{CD}} = |A_B| |Z_{e2}| \tan \epsilon_B \quad (25b)$$

3.4 Impedancia superficial. Es claro, que el cálculo de la expresiones aquí presentadas se basa en el conocimiento de las impedancias superficiales de los tubos conductores y del mar. La determinación de las impedancias superficiales de tubos conductores infinitos es un problema muy conocido, resuelto en detalle en la literatura [3]. Aquí simplemente escribimos las expresiones necesarias para llevar a cabo nuestro cálculo.

Para el conductor central,

$$\dot{Z}_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} (1 - i) z_0 \frac{I_0(\bar{x}_0)}{I_1(\bar{x}_0)}, \quad (26)$$

en donde $\bar{x}_j = z_0 e^{-i\pi/4}$ y $z_0 = \sqrt{2} b_0$.

Para el conductor 1,

$$\dot{Z}_{11} = \frac{(1-i)}{2\sqrt{2}} \frac{1}{\delta_1} \left(\frac{b_0}{a_1} \right)^2 \frac{x_1}{\Delta_1} \left[I_0(\bar{x}_1) K_1(\bar{y}_1) + K_0(\bar{x}_1) I_1(\bar{y}_1) \right] \quad (27a)$$

$$\dot{Z}_{e1} = \frac{(1-i)}{2\sqrt{2}} \frac{1}{\delta_1} \left(\frac{b_0}{b_1} \right)^2 \frac{y_1}{\Delta_1} \left[I_0(\bar{y}_1) K_1(\bar{x}_1) + K_0(\bar{y}_1) I_1(\bar{x}_1) \right] \quad (27b)$$

$$\dot{Z}_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\delta_1} \left(\frac{b_0^2}{a_1 b_1} \right) \frac{1}{\Delta_1} \quad (27c)$$

en donde $\delta_1 = \sigma_1 / \sigma_0$, $x_1 = \sqrt{2} a_1 / \delta_1$, $y_1 = \sqrt{2} b_1 / \delta_1$,

$$\bar{\delta}_1 \equiv \frac{\delta_1}{\delta_0} = \sqrt{\frac{1}{\delta_1 \mu_1}}, \quad (27d)$$

$$x_1 = \sqrt{2} (\bar{\delta}_1 / \delta_1), y_1 = \sqrt{2} b_1 / \bar{\delta}_1 \text{ y}$$

$$\Delta_1 = I_1(\bar{y}_1) K_1(\bar{x}_1) - I_1(\bar{x}_1) K_1(\bar{y}_1). \quad (27e)$$

Las funciones I_j, K_j ($j = 0, 1$) son funciones Bessel modificadas de orden j con argumento complejo de la forma $\bar{x} = x e^{-i\pi/4}$, la parte real y la parte imaginaria de estas funciones fueron estudiadas por Kelvin y se conocen ahora como funciones de Kelvin [4]

Cuando el tubo conductor es delgado; es decir,

$$t_1 = b_1 - a_1 \ll a_1, \quad (28)$$

entonces se puede mostrar [1] que

$$\dot{Z}_{11} = \dot{Z}_{e1} = \bar{r}_1 \bar{x}_1 \coth \bar{x}_1 \quad (29a)$$

$$\dot{Z}_m = \bar{r}_1 \frac{\bar{x}_1}{\sin h \bar{x}_1}, \quad (29b)$$

en donde $\bar{r}_1 = r_1 / r_0$ y $\bar{x}_1 = \sqrt{2} (t_1 / \delta_1) e^{-i\pi/4}$. Aquí $\bar{t}_1 = t_1 / \delta_0$.

Para el conductor 2 (la armadura) las fórmulas para las impedancias superficiales son completamente análogas a las de las Ecs. (27) con la salvedad de que las armaduras no son realmente tubos homogéneos sino que están hechas de un conjunto de alambres de acero galvanizado dispuesto alrededor del aislamiento externo en forma de espiral con un cierto ángulo de inclinación ϵ . Además del problema de la inhomogeneidad se tiene que el acero galvanizado es un material magnético, no lineal y que puede sufrir pérdidas adicionales de energía por la inducción de corrientes de torbellino ("eddy currents") y por la histéresis del proceso de magnetización. En sentido estricto no es posible asociar una susceptibilidad magnética a este tipo de materiales debido a la no-linealidad de su respuesta. Sin embargo, siempre se puede definir una susceptibilidad aun pra materiales no-lineales, siempre y cuando ésta sea una función del campo magnético \vec{H} . Por ejemplo, los alambres delgados pueden ser descritos por un tensor de susceptibilidad anisotrópico de la siguiente forma

$$\mu_2 = \begin{pmatrix} \mu_e & & 0 \\ & \mu_t & \\ 0 & & \mu_t \end{pmatrix} \quad (30)$$

en donde μ_e y μ_t son la susceptibilidades magnéticas longitudinal y transversal, es decir cuando el campo externo está en la dirección paralela y perpendicular al eje del alambre, respectivamente. Dada la complejidad del proceso de magnetización estas cantidades, en general, se determinan experimentalmente y dependen no sólo de la magnitud del campo magnético externo H , sino también radio del alambre. Además son cantidades complejas, en donde la parte imaginaria está asociada a las pérdidas de energía durante el proceso de magnetización.

y la corriente en pantalla es

$$\frac{I_1}{I_c} = 1 - \frac{I_2}{I_c}, \quad (40a)$$

en donde

$$\frac{I_2}{I_c} = \frac{\tilde{Z}_{m1}}{\tilde{Z}_{e1} + \tilde{Z}_{i3} - (i\tilde{Z}_B + \tilde{\Gamma}_B)}$$

Las pérdidas de energía en pantalla se calculan utilizando la Ec. (24a) con $I_e = I_1 - I_c$.

4. RESULTADOS

Tenemos ahora ya todos los elementos necesarios para el cálculo de distribución de corrientes y la disipación de energía en cada una de las componentes de un cable submarino. En este trabajo presentamos resultados preliminares para el cable tendido entre Nichupté y Can-cún y que tiene una longitud aproximada de 6 Km. En el cálculo que aquí presentamos hemos tomado, por simplicidad en el análisis, una configuración trifásica de triángulo equilátero y $\tilde{\Gamma}_B = 0$. Resultados más completos serán presentados posteriormente. Los parámetros geométricos que hemos utilizado son, en centímetros, los siguientes: $b_0 = 0.6625$, $a_1 = 2.0205$, $b_1 = 2.0405$, $a_2 = 2.431$ y $b_2 = 2.931$. Con respecto a los parámetros eléctricos los conductores 0 y 1 son de cobre con una resistividad $\rho = 1.7241 \times 10^{-8} \Omega_m$, el conductor 2 es de acero galvanizado con $\rho_2 = 13.8 \times 10^{-8} \Omega_m$ y el mar se considera con $\rho_3 = 1 \Omega_m$. Para los parámetros magnéticos de la armadura se tomó una susceptibilidad $\mu_c = |\mu_c|e^{i\alpha}$, con $\mu_c = 400$ y $\alpha = 53^\circ$, y $\mu_1 = 10$: para sus parámetros geométricos tomamos $n = 33$ alambres con un ángulo de aplicación $\delta = 11.3^\circ$ y un paso de 84 cm. Con respecto a los aislantes se consideró un aislante principal de EPR con constante dieléctrica $\epsilon_A = 2.7$ y $\tan \delta_A = 0.005$ y para el aislante exterior, polietileno, con $\epsilon_B = 2.3$ y $\tan \delta_B = 0.004$. La frecuencia de la corriente se toma de 60 cps. Pasando a las técnicas del cálculo, para las funciones de Kelvin se consideraron las aproximaciones polinomiales reportadas por Abramowitz y Stegun [?], y con respecto a las aproximaciones numéricas se trabajó con precisión sencilla. Con esto, esperamos tener una precisión de, al menos, 3 cifras significativas.

En la Fig. 5 graficamos la magnitud de las corrientes en pantalla $|I_1|/I_c$ y en la armadura $|I_2|/I_c$ como función de s , la separación entre los cables. Se grafica también la corriente en pantalla $|I_{1,sa}|/I_c$ en ausencia de la armadura. En la Fig. 6 se presenta la información equivalente para la potencia disipada en pantalla $\Delta \tilde{W}_1$, en armadura $\Delta \tilde{W}_2$ comparada con la de pantalla $\Delta \tilde{W}_{1,sa}$, en ausencia de la armadura.

Como se ve el cociente de las corrientes en pantalla y armadura entre la corriente del conductor central corresponde aproximadamente al 0.25 y 0.75, respectivamente, de la corriente en el conductor central y son prácticamente insensibles a la separación entre los cables. Con respecto a su sentido estas corrientes representan, prácticamente, toda la corriente de retorno ya que su fase es prácticamente π (recuérdese que el sentido de las corrientes I_1 e I_2 fue tomado en la dirección contraria a I_c por ejemplo, para $s = 10$ m, $I_1/I_c = 0.246 - i0.095$ e $I_2/I_c = 0.750 - i0.080$. En cambio en el caso del cable sin armadura, la corriente en pantalla varía fuertemente como función de s y pasa de 0.33, a 0.63 cuando s cambia de 0.5 a 50 m; además siempre es mayor, en magnitud, que en el caso del cable con armadura y su fase es distinta de

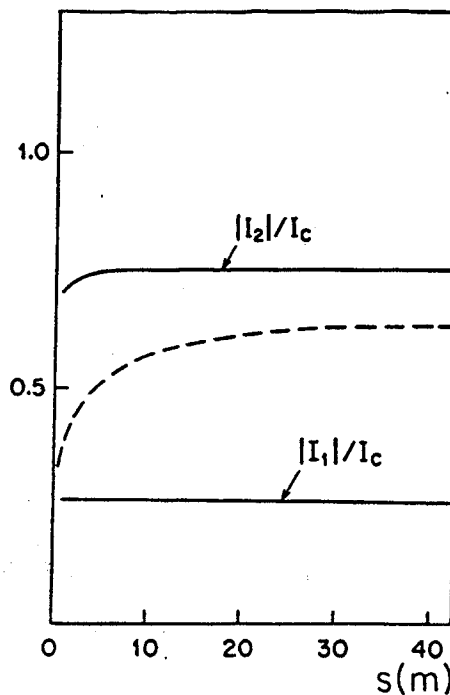


Fig 5. Las líneas sólidas (discontinua) representan la magnitud de las corrientes en el cable con (sin) armadura como función de la separación s entre cables.

cero (medida desde π), por ejemplo para $c = 10$ m, $I_{1,sa}$ es igual a $0.323 - i0.465$. Correspondientemente la potencia disipada en pantalla $\Delta \tilde{W}_{1,sa}$ pasa de 0.6 a 2.18, cuando s cambia de 0.5 a 50 m, comparada con $\Delta \tilde{W}_1 \cong 0.38$ y prácticamente insensible a la separación entre cables.

Con el fin de analizar en más detalle el funcionamiento del cable y en especial del papel que juega la armadura, mostramos los cambios sufridos, tanto por la distribución de corrientes como la disipación de energía, en caso de variar las dimensiones de la pantalla. En la Fig. 7 mostramos $|I_1|/I_c$, $|I_2|/I_c$ e $|I_{1,sa}|/I_c$ y en la Fig. 8 $\Delta \tilde{W}_1$, $\Delta \tilde{W}_2$ y $\Delta \tilde{W}_{1,sa}$ como función de la resistencia en CD de la pantalla \tilde{r}_1 y ambas para $s = 10$ m. Para tener una idea de la magnitud de las variaciones geométricas, tenemos que una reducción del radio interno de la pantalla a_1 de 2.0205 cm. a 1.9405 cm. (o sea un espesor de 1 mm) reduce \tilde{r}_1 de 5.40 a 1.10; por el contrario un aumento de a_1 a 2.0305 cm (o sea un espesor de 0.1 mm) aumenta \tilde{r}_1 a 10.78. La flecha indica el valor de \tilde{r}_1 para el diseño de Nichupté

Finalmente reportamos, para $s = 10 \text{ m}$ y para el caso del cable con armadura, los valores de las pérdidas en los aislantes y el valor de la impedancia efectiva del cable. Obtuvimos que $\bar{W}_A = 1.349 \times 10^{-2}$, $\bar{W}_B = 2.473 \times 10^{-4}$, $\bar{Z}_{ef} = 2.340 - i1.341$ y $|\bar{Z}_{ef}| = 2.697$.

CONCLUSIONES

Proponemos un formalismo para el cálculo de la distribución de corrientes y la disipación de energía en un cable submarino compuesto por una serie de tubos cilíndricos anidados de materiales conductores y aislantes. Encontramos expresiones que no incluyen efectos de orilla y mantienen una simetría cilíndrica. Aplicamos el formalismo a los parámetros del cable de Nichupté y, con el fin de entender su funcionamiento y analizar el papel que juega la armadura, comparamos los resultados con los del mismo cable sin armadura. Encontramos que la armadura trae consigo gran parte de la corriente de retorno y que en el caso del cable sin armadura la corriente en pantalla aumenta considerablemente.

Finalmente, creemos que es importante percatarse de la gran sensibilidad de la corriente en pantalla como función de sus parámetros geométricos ya que variando su espesor de 1 mm a 0.1 mm , esta corriente varía de ~ 0.60 a ~ 0.10 en el caso del cable armado y del ~ 0.90 a ~ 0.30 en caso del cable sin armadura (Fig. 7). Es interesante también hacer notar que la correspondiente variación de potencia disipada en pantalla presenta poco cambio (~ 0.25) para el caso del cable armado mientras que en el caso del cable sin armadura la disipación es mucho mayor y varía fuertemente presentando un máximo (en $\bar{r}_1 = 3.6$) con un valor de ~ 1.8 .

Todo esto nos lleva a concluir que el espesor de la pantalla es uno de los parámetros más críticos y delicados en el diseño del cable. Por otra parte, estamos investigando actualmente las consecuencias de variar los parámetros geométricos, eléctricos y magnéticos de la armadura con el fin de analizar la re-distribución de las corrientes y de la disipación de energía; estos resultados se reportarán posteriormente.

REFERENCIAS

[†] En semestre sabático del Instituto de Física. UNAM.

1. G. Bianchi y G. Luoni, *IEEE Transactions PAS-95*, 49 (1976).
2. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics 2a. Ed.* (J. Wiley, N.Y. 1975).
3. S.A. Schelkunoff, *Bell Sys. Tech. Jour.* Vol. XIII, 532-578 (1934).
4. M. Abramowitz e I. Stegun *Handbook of Mathematical Functions* (Dover N.Y., 1965) Sec. 9.9.9.11.