Introducción a la Física Cuántica
Tarea 1

A entregar: Viernes 17 de agosto de 2018

Prob 1. El efecto fotoeléctrico

Haga una pequeña investigación sobre el efecto fotoeléctrico y, con sus propias palabras, descríbalo. Trate de ser lo más cuantitativo posible. Este efecto, que era una observación experimental, lo explicó A. Einstein en 1905 y es el primer análisis de la radiación electromagnética en términos cuánticos.

Prob 2. El experimento de Franck-Hertz

Haga una pequeña investigación sobre el experimento de Franck-Hertz y, con sus propias palabras, descríbalo. Trate de ser lo más cuantitativo posible. Dicho experimento fue realizado por J. Franck y G. Hertz y es considerado como una de las primeras pruebas explícitas del modelo atómico de N. Bohr.

Prob 3. El último paso de la deducción de la fórmula de Planck

Como vimos en clase, M. Planck mostró que la energía por unidad de volumen y por unidad de frecuencia en una cavidad de un cuerpo negro formado por osciladores, a frecuencia ν y temperatura T, es

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\overline{u}(T,\nu) \tag{1}$$

donde c es la velocidad de la luz y $\overline{u}(T,\nu)$ es la energía promedio de un oscilador de frecuencia ν a temperatura T. Lo que logró Planck fue calcular esa energía. Veamos.

Supongamos que se tienen N osciladores de frecuencia ν y que el total de ellos tiene energía promedio $U(N,T)$. Dicha energía debe ser,

$$U(N,T) = N\overline{u}(T,\nu).$$

Para calcular $\overline{u}(T,\nu)$ Planck necesitaba conocer la entropía S de N osciladores con energía total U, es decir $S = S(U,N)$. Unos 30 años antes, L. Boltzmann había estipulado que la entropía podía escribirse como,

$$S = k \ln W(U,N)$$

donde k es una constante (la que luego se llamó de Boltzmann) y $W(N,U)$ es el número total de configuraciones o estados de N osciladores con energía total U. Para calcular dicho número de configuraciones, Planck hizo la atrevida suposición que la energía podía dividirse en "cuantos" enteros, es decir, que se podía escribir como,

$$U = P\epsilon$$

donde P es un entero (grande) y ϵ un "pedacito" de energía. Con esta susposición, $W(N,U)$ es el número de maneras que podemos repartir los P pedacitos de energía ϵ en N osciladores ... esto es equivalente a tener N cajas diferentes, P pelotas idénticas y preguntarnos de cuántas maneras podemos repartir las P pelotas en esas N cajas ... a trabajar!

a) Muestra que $W(U,N)$ puede escribirse como

$$W(U,N) = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!}$$

... esto es difícil! si no le sale, continúe, no será seriamente penalizado.

b) Usando la aproximación de Stirling $\ln M! \approx M\ln M - M$ para $M \gg 1$, muestre que la entropía se puede escribir como,

$$S(N,U) = Nk\left[\left(1+\frac{U}{N\epsilon}\right)\ln\left(1+\frac{U}{N\epsilon}\right) - \frac{U}{N\epsilon}\ln\frac{U}{N\epsilon}\right]$$

c) Usando la identificación termodinámica de la temperatura T,

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(N,U)}{\partial U}$$

halle una expresión para la energía U como función de N y T, es decir, halle $U = U(N,T)$. Identifique $\overline{u}(T,\nu)$. Note que es función de ϵ y T, es decir, ϵ debe ser una función de ν.

d) Comparando con el resultado riguroso de Wien, que establecía que

$$\rho(\nu,T) = \nu^3 f(\frac{\nu}{T})$$

muestre que debe cumplirse que $\epsilon = h\nu$. Planck halló este resultado y le creyó porque estaba de acuerdo con los experimentos. Es decir, tuvo que aceptar que la energía de los osciladores sólo podía darse como números entero del cuanto de energía $\epsilon = h\nu$. La constante h es la constante de Planck y tiene el valor $h = 6.67 \times 10^{-27}$ erg seg. Es una constante fundamental de la Naturaleza. Escriba el resultado final para $\rho(\nu, T)$. Dicha fórmula es llamada la distribución de Planck, o también, conocida como "la Planckiana".

e) Calcule los límites de frecuencia bajas y frecuencias altas, $h\nu/kT \ll 1$ y $h\nu/kT \gg 1$ (ó $\nu \to 0$ y $\nu \to \infty$, de $\rho(\nu, T)$. Haga una gráfica de $\rho(\nu, T)$.