Estado Sólido
Posgrado en Ciencias Físicas 2012-2
Cecilia Noguez
22 de marzo de 2012
TAREA 6

1. El módulo de bulto κ está defino por la segunda derivada de la energía total con respecto al volumen:
$$\kappa = V^{-1}\partial^2 E_{\rm total}/\partial V^2 \,.$$
Estima el módulo de bulto de los metales alcalinos, suponiendo que la energía total es equivalente a la energía cinética del gas de Fermi.

2. El gas de electrones libres llena el semiespacio $z < 0$ hasta $z = 0$, donde se encuentra el vacío. Muestra que la onda superficial
$$\phi = \phi_0 e^{-k|z|} e^{i(kx-\omega t)} \,,$$
es solución de la Ec. de Laplace. Además muestra que las condiciones a la frontera de los campos $\vec{E}$ y $\vec{D}$ se satisfacen y dan la condición:
$$\epsilon(\omega_{sp}) = -1$$
en donde se tiene una onda de plasma superficial con frecuencia ω_{sp}. Utilizando la función dieléctrica de Drude sin tomar en cuenta el amortiguamineto debido a las colisiones de los electrones encuentra la relación entre la frecuencia de plasma volumétrica ω_p y ω_{sp}.

3. Muestra que cerca del mínimo de la banda ($k = 0$) la energía del electrón en la aproximación de Hartree-Fock es parabólica en función de k:
$$\varepsilon(\vec{k}) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m*} \,,$$
donde
$$\frac{m*}{m} = \frac{1}{1 + 0{,}22 r_s} \,.$$

4. Considere una superficie delgada de ancho d con constante dieléctrica $\epsilon_s(\omega)$, que se encuentra sobre un substrato semi-infinito con constante dieléctrica $\epsilon_b(\omega)$. Por arriba de la superficie se encuentra el vacío ($\epsilon_v = 1$), por donde viaja un electrón a velocidad constante
$$\vec{v}(t) = v_\parallel \hat{\mathbf{e}}_\parallel + v_\perp \mathrm{signo}(t) \hat{\mathbf{e}}_\perp \,,$$
y siguiendo una trayectoria clásica,
$$\vec{r}'(t) = \rho'(t)\hat{\mathbf{e}}_\parallel + z'(t)\hat{\mathbf{e}}_\perp = v_\parallel t \hat{\mathbf{e}}_\parallel + v_\perp |t| \hat{\mathbf{e}}_\perp \,.$$

Aquí, $\|$ y $\perp$ denotan las componentes paralelas y perpendiculares a la interface entre el medio dieléctrico y el vacío. Suponiendo que el potencial externo debido al electrón incidente se puede escribir como una componente de Fourier,

$$\phi_{\text{ext}}(\vec{q}_{\|}, \omega, z) = e^{i(\vec{q}_{\|}\cdot\vec{r}_{\|}-\omega t)} e^{-q_{\perp} z} \ ,$$

(a) Calcule el potencial inducido por el electrón debido a la presencia del medio,

$$\phi_{\text{ind}}(\vec{q}_{\|}, \omega, z) = -g(\vec{q}_{\|}, \omega) e^{i(\vec{q}_{\|}\cdot\vec{r}_{\|}-\omega t)} e^{+q_{\perp} z} \ ,$$

donde

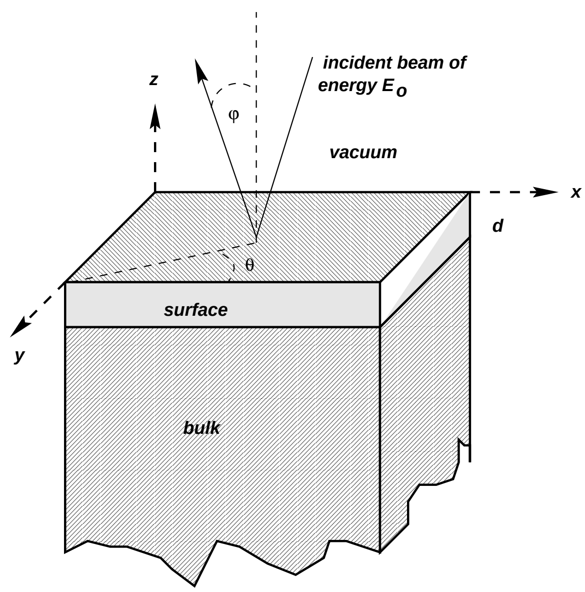
$$g(\vec{q}_{\|}, \omega) = -\frac{\phi_{\text{ind}}(\vec{q}_{\|}, \omega, z=0)}{\phi_{\text{ext}}(\vec{q}_{\|}, \omega, z=0)} \ .$$

(b) Tome el límite de g cuando el ancho de la superficie $d \to 0$ y demuestre que g es igual al coeficiente de Fresnel

$$g(\omega) = \frac{\epsilon_b - 1}{\epsilon_b + 1} \, .$$

(c) ¿Qué le sucede al electrón debido a la presencia del medio? Explique.

(d) ¿Cómo calcularía la energía necesaria para mantener al electrón viajando a una velocidad constante?



Fecha de entrega: 29 de marzo 2012 antes de la clase