Física Estadística. Tarea 7. Ensamble Gran Canónico

Gerardo García Naumis

Fecha de entrega lunes 14 de octubre de 2019

Ejercicio 1. Demuestre que la entropía en el ensamble gran canónico puede ser escrita como

$$S = -k \sum_{r,s} P_{r,s} ln(P_{r,s}) \tag{1}$$

donde

$$P_{r,s} = \frac{e^{-\alpha N_r - \beta E_s}}{\sum_{r,s} e^{-\alpha N_r - \beta E_s}} \tag{2}$$

Ejercicio 2. Considere una superficie que tiene N sitios que pueden absorber cada uno una molécula de gas. Suponga que esta superficie está en contacto con un gas ideal con un potencial químico μ (determinado por la presión p y la temperatura T). Asumiendo que una molécula absorbida tiene energía $-\epsilon_0$ comparada con una en estado libre, determine la razón Q entre el número de partículas absorbidas respecto al número de sitios. En particular, encuentre la relación Q y p para el caso de moléculas monoatómicas.
Sugerencia:
i) Primero demuestre que

$$Q_(N_1, N, T) = \frac{N!}{N_1!(N-N_1)!} e^{\beta N_1 \epsilon_0} \tag{3}$$

donde N_1 es el número de moléculas absorbidas.
ii) Para la pregunta final, muestre que para el gas ideal:

$$e^{\mu/kT} = \frac{p}{kT} \left(\frac{h^2}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \tag{4}$$

Ejercicio 3. Determine la función de partición de un sistema gaseoso con átomos magnéticos (con $J = 1/2$, $g = 2$) que pueden tener, además de energía cinética, un potencial magnético igual a $\mu_\beta H$ o $-\mu_\beta H$ dependiendo de la orientación con respecto al campo magnético aplicado H. Encuentre una expresión para la magnetización del sistema.

Ejercicio 4. Demuestre que para un sistema en el gran canónico:

$$\langle NE \rangle - \langle N \rangle \langle E \rangle = \overline{(\Delta N)^2} \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right)_{T,V} \tag{5}$$

donde $\overline{(\Delta N)^2} = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2$.

Ejercicio 5. Considere tres masas m puestas de manera consecutiva, constreñidas a moverse en una dimensión. Se unen las masas por dos resortes de constante K.

a) Encuentre las tres frecuencias normales de vibración y sus correspondientes eigenvectores de desplazamiento (modos normales). Dibuje los tres eigenvectores marcando el desplazamiento.

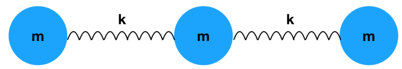

Figura 1: Tres partículas de masa m, dos resortes con constante k.

b) Ahora se une la primera masa con la última con un tercer resorte idéntico a los anteriores, formando un anillo de gran radio, de manera que puede seguirse considerando al movimiento como unidimensional. Encuentre las tres frecuencias normales de vibración y sus correspondientes eigenvectores. Dibújelos.

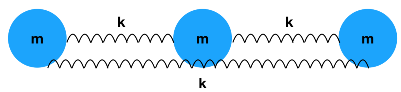

Figura 2: Tres partículas de masa m, tres resortes con constante k.

c) Discuta FISICAMENTE la razón por la cual el mínimo eigenvalor es cero.

d) Investigar la relación de esto con los llamados MODOS DE GOLDSTONE.

e) Discuta qué es un bosón de Higgs y su relación con los modos de Goldstone.

f) Diga quienes son los modos de Goldstone de los siguiente campos: electromagnético, acústico, espines y plasmas en sólidos.