Tarea 5

Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Utilice la ecuación de Laplace para determinar la distribución de temperatura en una superficie rectangular que está aislada en $x = 0$ y $x = a$, es decir $\frac{\partial T(0,y)}{\partial x} = \frac{\partial T(a,y)}{\partial x} = 0$. Los lados $y = 0$ y $y = b$ se mantienen a una temperatura 0 y $T_0 \cos x\pi/a$ respectivamente, es decir $T(x, 0) = 0$ y $T(x, b) = T_0 \cos x\pi/a$. Haga una gráfica de su resultado.

2. Determine la función de potencial entre la región de dos cilindros concéntricos de radios 1 y 2 tales que el potencial es $\phi(1, \theta) = \sin^2 \theta$ y $u(2, \theta) = 0$.

3. Resuelva la ecuación de onda en una dimensión en el que la longitud de la cuerda es L y la condición inicial es $\psi(x, 0) = \frac{2bx}{L}$ si $0 < x < L/2$ y $\psi(x, 0) = \frac{2b(L-x)}{L}$ cuando $L/2 < x < L$. Realice un dibujo

4. Obtenga los modos normales para una membrana cuadrada de lado L y haga la gráfica de los modos $(1, 2)$ y $(2, 1)$. Ahora dibuje la superposición de los modos $(1, 2)+(2, 1)$, y $(1, 2)-(2, 1)$. Encuentre las superficies nodales de las anteriores combinaciones.

5. Considere la ecuación de onda en dos dimensiones

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

   Encuentre las soluciones para condiciones $u(0, y, t) = u(a, y, t) = 0$, $\frac{\partial u(x,0,t)}{\partial y} = \frac{\partial u(x,b,t)}{\partial y} = 0$ y $u(x, y, 0) = f(x, y)$, $\frac{\partial u(x,y,0)}{\partial t} = 0$. ¿Que significan las condiciones anteriores?.